Задание № 18.

Побитовая конъюнкция

1. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

2. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

3. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула $x \& 41 \neq 0 \rightarrow (x \& 33 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$ тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание № 18.

Числовая плоскость

1. Для какого наибольшего целого числа A формула

$$((x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 9))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

2. Сколько существует целых значений числа A , при которых формула

$$((x < 5) \rightarrow (x^2 < A)) \wedge ((y^2 \leq A) \rightarrow (y \leq 5))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

3. Сколько существует целых значений числа A , при которых формула

$$((x < A) \rightarrow (x^2 < 81)) \wedge ((y^2 \leq 36) \rightarrow (y \leq A))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

4. На числовой прямой задан отрезок A . Известно, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 100)) \wedge ((x^2 \leq 64) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна при любом вещественном x . Какую наибольшую длину может иметь отрезок A ?