



*«Путешествие
в
страну дроби»*

учащиеся 6-го класса

«Я знаю, для чего
мне надо всё
то, что я
познаю.

Я знаю, где и как
я могу это
применить».

«Словарь начинающего исследователя»

Актуальность исследования – необходимость изучения данной проблемы в настоящее время;

Объект исследования – процесс, явление, природное тело или существо, которое порождает проблемную ситуацию, требующую изучения;

Цель исследования – это желаемый конечный результат. Чаще всего исследование преследует такие цели:

- определить какие-то качества малоизученных явлений;
- выявить взаимосвязь явлений;
- описать новое явление;
- изучить динамику явлений;
- найти закономерность в процессах, явлениях;
- создать классификацию;
- создать способ (методику);
- адаптировать методику.

Гипотеза – предположение о причинах, связях, характеристиках явлений, объектов, причем не вполне доказанное.

Задачи исследования – формулируется при дроблении главной цели проекта на составляющие (частные цели выбора путей и средств для главной цели);

Методы – основные способы исследования;

Практическая значимость исследования – определяется влиянием полученных результатов на решение практических вопросов.



Станция

«Историческая»



Станция

«Сказочная»



Станция

«Кроссвордная»



Станция

«Дробная»



Станция

«Занимательная»

Задачи, составленные учащимися

Задачи на нахождение дроби от числа (процентов от числа)

1. Русалочка Ариэль и Фландер нашли на дне моря сундук с 505 золотыми монетами. Они взяли $\frac{2}{5}$ всех монет, остальные растащили рыбы. **Сколько монет растащили рыбы?**

2. Длина Волги 3530 км. Корабль проплыл $\frac{5}{706}$ длины этой реки и сделал первую остановку. **Сколько километров проплыл корабль до первой остановки?**

3. На премьеру оперы в театр пришло 3060 зрителей. После второго действия оказалось, что $\frac{3}{10}$ зрителей заснули. **Сколько зрителей дослушало оперу?**

4. Вес десятилетнего Жоры 39 кг, вес девятилетнего Вовы составляет $\frac{10}{13}$ веса Жоры, а вес худенького семилетнего Пашки составляет $\frac{8}{23}$ веса Жоры и Вовы вместе. **Сколько весит Паша?**

5. Тузик и Бобик ели леденцы. Бобик съел 24 леденца, а Тузик $\frac{7}{12}$ этого количества. **Сколько леденцов съели Бобик и Тузик вместе?**

6. Дядя Митя купил новый шампунь. После того, как он помылся, от его прежних 450 волосинок осталось 37%. **Сколько волосинок исчезло с головы дяди Мити?**

7. На складе было 500 головок сыра. Мыши съели 7% сыра, а крысы 60% того количества сыра, которое съели мыши. **Сколько**

убытков в деньгах понес хозяин сыра, если одна головка сыра стоит 140 рублей?

8. Дельфинам на день Нептуна дали задание найти 50 сундуков с драгоценностями. Утром они нашли 16% всех сундуков. Днем они нашли 48% всех сундуков. **Сколько сундуков с драгоценностями еще осталось найти дельфинам?**

9. В курятнике было 30 кур. В первый день лиса утащила $\frac{1}{3}$ всех кур. Во второй день она утащила 20% остатка, а в третий день – всех оставшихся кур. **Сколько кур лиса утащила в третий день?**

10. Кощей поспорил с Бабой-Ягой, что просидит в печке 200 минут, а просидел 68% этого времени. **Сколько минут просидел Кощей в печке?**

Ответ: 303 монеты; 25 км; 2142 зрителей; 24 кг; 38 шт.; 284 шт.; 7840 руб.; 18 сундуков; 16 кур; 136 минут.

Задачи, составленные учащимися

Задачи на нахождение числа по его дроби (числа по его процентам)

1. Дикае утки летели на юг. Они пролетели на 112 км, а потом еще несколько километров, что составило $\frac{3}{7}$ первого отрезка пути. После этого до нужного места им осталось пролететь $\frac{7}{11}$ всего пути.

Какова длина всего пути?

2. Прошел ливень, муравья отнесло далеко от муравейника. $\frac{5}{17}$ всего пути домой его подвез майский жук, а 80% от этого расстояния его прокатили водомеры. **Какова длина всего пути, если водомеры прокатили муравья 16м? Сколько метров осталось до муравейника?**

3. Маленький эльф очень любил клубнику. Летом он заготовил ее для осени, зимы и весны. Эльф решил ее сосчитать. Количество клубники для осени составило 32% всей клубники, для зимы было заготовлено $\frac{8}{9}$ того, что заготовлено для осени, или 90 штук. Устав считать, он улегся спать. Ворочаясь с боку на бок, он думал: «А сколько я оставил на весну?» **Помогите ему сосчитать.**

4. В первую неделю работы в пещере 7 гномов нашли 16 кг золота, а во вторую неделю 25% от найденного первый раз. **Сколько килограммов золота в пещере, если за две недели они нашли $\frac{4}{11}$ всего количества?**

5. В 6«а» классе есть отличник. В первой четверти он получил $\frac{5}{7}$ тех пятерок, которые получил во второй четверти, а во второй четверти он получил 135 пятерок, что составило $\frac{3}{5}$ числа пятерок, полученных в третьей четверти. **Сколько всего пятерок получил ученик, если в четвертой четверти в его дневнике их было 143?**

6. К приходу Деда Мороза Винни-Пух украсил свою елку. В первый час, весело напевая песенки, он развесил $\frac{4}{5}$ всех игрушек. Во второй час, мечтая о подарках и угощениях, он повесил только 20 игрушек, что составляет $\frac{1}{8}$ от числа развешенных игрушек в первый час. Но тут раздался звонок. Винни-Пух поспешил к двери, споткнулся и нечаянно разбил оставшиеся игрушки. **Сколько игрушек Пух разбил, сколько игрушек было всего?**

Ответ: 220 км; 68м и 32м; 80 шт.; 55 кг; 695 пятерок; 20 игрушки, 20 игрушек.

*Эту задачу более 200 лет назад задавал своим ученикам
учитель математики Иоганн Хемелинг.*

Задача:

От числа одну восьмую
Взяв, прибавь ты к ней любую
Половину от трёхсот,
И восьмушка превзойдет
Не чуть-чуть – на пятьдесят
Три четвёртых. Буду рад,
Если тот, кто знает счет,
Мне число то назовет.

Решение:

«Тот, кто знает счет», без труда составит уравнение

$$\frac{1}{8} \cdot x + 150 = \frac{3}{4} \cdot x + 50,$$

$$\frac{5}{8} \cdot x = 100,$$

$$x : 8 = 20,$$

$$x = 160.$$

Ответ: 160

Распространение десятичных дробей

*Кто хочет ограничиться настоящим
без знания прошлого, тот никогда
его не поймет...*

**Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716),
немецкий философ, математик, физик, языковед.**

Высокообразованный математик и астроном Аль-каши ибн Масуд (умер ок. 1430г.) работал в Самарканде в обсерватории Улугбека и внес большой вклад в развитие математики. Он первым изложил и применил теорию десятичных дробей. Чтобы отличить целое число от десятичного, он использовал вертикальную черту или чернила разного цвета; например, целое число записывал черными чернилами, а дробные знаки – красными.

В Европе о трудах Аль-Каши долгое время не знали. Потребность же в простых вычислениях с дробями с развитием науки и культуры росла, математики настойчиво искали пути решения этой проблемы.

В 1865 г., независимо от Аль-Каши, нидерландский ученый Симон Стевин (1548-1620) сделал важное открытие, о чем написал в своей книге «Десятая». Эта маленькая работа (всего семь страниц) содержало объяснение записи и правил действия с десятичными дробями. Стевин еще не использовал запятую, но писал дробные знаки в одну строку с цифрами целого числа. При этом он нумеровал десятичные знаки, вписывая порядковые номера в кружочек рядом с цифрой или над цифрой.

Например, число 12,761 он записывал так:

12 (0) 7 (1) 6 (2) 1 (3)

или

(0)	(1)	(2)	(3)
12	7	6	1

В первом случае вместо запятой стоит ноль в кружочке, десятые доли

обозначены знаком $\textcircled{1}$ сотые $\textcircled{2}$ и т.д. Во втором случае цифры в верхней строке указывают, сколько нулей содержит предшествующий десятичный знак (семь десятых, шесть сотых и одна тысячная).

Впервые запятую при записи дробей стали применять в 1592 г.

В Англии в качестве знака, отделяющего целую часть от дробной, была введена точка, которая поныне играет эту роль в США, Англии и некоторых других странах. Запятая, как и точка, в качестве разделительного знака была предложена в 1616-1617 гг. знаменитым английским математиком Непером. Десятичную запятую применил и немецкий астроном Иоганн Кеплер. Как десятичная система счисления, так и десятичные дроби пробивали себе дорогу в упорной борьбе со старыми шестидесятеричными дробями. Однако благодаря своим большим преимуществам и достоинствам десятичной системы в целом десятичные дроби неустанно завоёвывали позиции в математике.

Развитие промышленности и торговли, науки и техники требовали все более громоздких вычислений, с помощью десятичных дробей, выполнять которые было легче. Окончательно шестидесятеричные дроби были вытеснены десятичными только в XVIII веке. В России учение о десятичных дробях впервые изложил в своей «Арифметике» Леонтий Магницкий (1703 г.). Широкое применение десятичные дроби получили в XIX веке, после веления тесно связанной с ними метрической системы мер и весов. В сельском хозяйстве и промышленности нашей страны, в науке, во всех отраслях хозяйства десятичные дроби и их частный вид – проценты применяют намного чаще, чем обыкновенные дроби.

Историческая справка

1. Дроби появились в глубокой древности. При разделе добычи, при измерениях величин, да и в других похожих случаях люди встретились с необходимостью ввести дроби. Древние египтяне уже знали, как поделить два предмета на троих, для этого числа у них был специальный значок. То была единственная дробь в обиходе египетских писцов, у которой в числителе не стояла единица, - все остальные дроби непременно имели в числителе 1 (так называемые основные дроби): $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{28}$; Если египтянину нужно было использовать другие дроби, он представлял их в виде суммы основных дробей.

2. В древнем Вавилоне предпочитали, наоборот, постоянный знаменатель, равный 60. Римляне тоже пользовались лишь одним знаменателем, равным 12. Особое место занимали дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ и т.д. Дело в том, что в древности отдельной арифметической операцией полагали удвоение и деление пополам.

3. Действия над дробями в средние века считались самой сложной областью математики. До сих пор немцы говорят про человека, попавшего в затруднительное положение, что он попал в дроби. Чтобы облегчить действия с дробями, были придуманы десятичные дроби. В Европе их ввел в 1585г. голландский математик и инженер Симон Севин.

Вот как он изображал дробь 14,382: 14 (0) (3) (1) (8) (2) (2) (3)

Во Франции десятичные дроби ввел Франсуа Виет в 1579г.: его запись дроби 14,382:

$$14/382, 14 \overset{382}{\curvearrowright}$$

Вот еще некоторые способы изображения десятичных дробей:

$$14.3^I.8^{II}.2^{III} \text{ – ввел Иоганн Гартман Байер в 1603г.}$$

$$143^{(1)} 8^{(2)} 2^{(3)} \text{ – Роберт Нортон в 1608г.}$$

$$14(382) \text{ – Иоганн Кеплер в 1616г.}$$

$$14|382 \text{ - английский математик Вильям Оутред в 1631г.}$$

$$14382''' \text{ - Пьер Эриген в 1634г.}$$

$$14/7 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \text{ – Роберт Джагер в 1651г.}$$

Запятая в городе Обыкновенных дробей

Оказавшись в городе Обыкновенных дробей. Запятая внимательно огляделась. В этом городе были свои заботы: дома не достроены, деревья странно обрезаны: у одних не было верхушек, у других – боковых ветвей. Удивилась Запятая.

На одном из домов увидела название улицы: «Улица правильных дробей».

«Что еще за правильные дроби?» - подумала Запятая.

Дроби были важные, правильные-правильные. Они не любили общаться с неправильными дробями: «Зачем усложнять себе жизнь!» Если нужно было сложить правильную и неправильную дроби, обязательно заставляли неправильную дробь превращаться в смешанное число.

Почувствовала Запятая, что правильным дробям до нее нет дела, и решила пойти на улицу Неправильных дробей. Эти дроби тоже считали себя исключительными. Ведь умножение и деление они выполняли очень легко, и им не нужно было превращаться в смешанное число. Неправильные дроби не обращали внимания на Запятую. Загрустила путешественница.

Перешла она по мостику через ручей и оказалась на набережной Взаимно обратных чисел. Весело было у этих чисел, но, что удивительно, все числа держались парами и на окружающих не обращали внимания. Взаимно обратным числам вполне хватало общества друг друга. Бедная маленькая Запятая!

Она почувствовала себя одинокой и решила вернуться в Грамматику. Там хоть ее не любили, но она была нужна. Пошла Запятая, куда глаза глядят. Шла она, шла и вдруг по дороге ей стали встречаться странные числа. Числа как числа, но у каждого была запятая. Запятая заторопилась, она почти бежала и перед заходом солнца попала в город Десятичных дробей. Обрадовалась Запятая – уж в этом городе она найдет свое место. Но это уже другая история.

Сказка «Запятая в городе Десятичных дробей»

Маленькая Запятая, устав от путешествия, попала в город Десятичных дробей. Вокруг было множество чисел, они складывались и вычитались, причем запятая в сумме и разности не меняла своего места! Но каждое число имело только одну запятую, и Запятая опять загрустила: «Опять я лишняя». Мимо Запятой пробежала очень симпатичная Двойка. Увидела она грустную-грустную Запятую и остановилась.

- Что с тобой? – спросила Двойка. – У нас в городе нет грустных лиц.

- Я чувствую себя лишней, - сказала Запятая.

- Что ты говоришь? Ведь ты можешь стать после меня, и у тебя будет место! – радостно воскликнула Двойка.

- А какую роль я буду играть? Ведь у тебя нет других чисел,- прошептала Запятая.

- Все очень просто. В городе Десятичных дробей после любого натурального числа можно поставить запятую и дописать сколько угодно нулей. Только это число станет Десятичной дробью.

- А что изменится, если я стану перед тобой?

- Может быть, кто-то из учеников сможет ответить на твой вопрос, дорогая Запятая. Как изменится натуральное число, если запятую поставить перед числом и приписать нуль? Например, я буду выглядеть так: 0,2. Вы, наверное, догадались, что в этом случае, я уменьшусь в 10 раз!

- А если запятую поставить после числа и дописать нули? – спросила Запятая.

- Число не изменится. Видишь, Запятая, я ответила на твои вопросы. Если ты хочешь еще о чем-то спросить – спрашивай, - сказала Двойка.

- Я лучше внимательно понаблюдаю, может быть, и сама во всем разберусь, - уверенно сказала Запятая.

Шло время, Запятая постепенно осваивалась среди десятичных дробей, но многое, конечно, ей было непонятно. Она легко разобралась в действиях сложения и вычитания десятичных дробей. Здесь ей все было ясно. А вам, ребята? Вспомните, как вычитаются и складываются десятичные дроби. Чтобы сложить или вычесть дроби надо:

- 1) уравнивать число знаков после запятой;
- 2) записать дроби так, чтобы запятая оказалась под запятой;
- 3) выполнить действие сложения или вычитания.

Однажды попала Запятая на улицу Умножения десятичных дробей. Что там творилось! Наша путешественница ничего не могла понять. Почему, если у множителей по два знака после запятой, у произведения после запятой уже четыре знака!

Попыталась Запятая сама разобраться в этих сложностях, но у нее ничего не получилось. Решила Запятая обратиться за помощью. Мимо проходила Десятичная дробь, и Запятая обратилась к ней с просьбой.

- Объясните, пожалуйста, как умножаются дроби. Я живу в вашем городе недавно и поэтому не могу разобраться. Десятичная дробь была чем-то расстроена и ответила не очень вежливо:

- Что в этом трудного? Существует правило, по которому в произведении будет столько знаков после запятой, сколько их у обоих множителей вместе.

- Ох, извините. Пожалуй, я теперь разберусь сама. Спасибо, - сказала Запятая.

Удивительный город Десятичных дробей понравился Запятой еще больше, когда она пришла на улицу Деления. Оказывается, разделив одну десятичную дробь на другую, можно получить натуральное число! Это ведь здорово! $(0,4:0,2=2)$. У нашей путешественницы все хорошо получалось, когда в делимом и в делителе было одинаковое число знаков после запятой. Труднее выполнять деление, когда делимое и делитель имеют после запятой разное число знаков. Запятая решила уравнивать число знаков после запятой в делимом и делителе. Выполняя деление таким методом, она заметила, что действия получаются слишком громоздкими. Как вы думаете, почему?

Приведем пример:

$$2,25:1,5=1,5$$

Думала-думала Запятая и догадалась, что лучше сделать так:

$$2,25:1,5=22,5:15=1,5$$

За нашей Запятой очень внимательно наблюдала соседка – Десятичная дробь. Когда Запятая сама догадалась, как выполнять деление Десятичная дробь похвалила ее за упорство и наблюдательность.

- В городе Десятичных дробей каждому нужно быть очень внимательным и много трудиться. Только тогда удача будет наградой за труд, - сказала Десятичная дробь.

Запятая согласилась с ее словами. Она уже сама поняла, что без внимания в городе Десятичных дробей можно попасть в очень неприятную историю.

Сказка

«Запятая на улице Умножения десятичных дробей»

Маленькая Запятая прожила в городе Дробей несколько месяцев, но до сих пор еще не знала принятых правил. Однажды из-за этого она попала в неловкое положение. Как, например, умножить десятичную дробь на 0,1 или на 0,001? Запятая совсем запуталась. Кто поможет путешественнице разобраться в правилах умножения десятичных дробей? А как умножить десятичную дробь на 10, на 100 или 1000?

Сколько трудностей таит математика! Загрустила Запятая. Вышла она на улицу умножения, а там все куда-то спешат, все заняты своим делом, ведь в стране Математика не любят лентяев. В этой стране все знали: «Без труда не вытянешь и рыбку из пруда». Вздохнула Запятая.

Мимо пробежала Десятичная дробь. Она заметила Запятую, которая сиротливо стояла в стороне. Остановилась Десятичная дробь.

- Ты новенькая в нашем городе?

- Да, я пришла к вам из Грамматики.

- Почему ты такая грустная, ведь ты много путешествовала, много видела? Тебе у нас нравится?

- Мне у вас нравится, но я не могу понять некоторые правила умножения.

- Почему ты никого не спросила? У нас очень добрые жители и всегда могли бы тебе объяснить. Скажи, что тебе непонятно?

- Как нужно умножать десятичные дроби на 10, на 100 или 1000?

- Это не трудно. Слушай внимательно. Когда десятичную дробь умножают на 10, на 100 или 1000, запятую переносят на столько знаков, сколько нулей перед единицей.

- Спасибо, я все поняла. Теперь мне в вашем государстве еще больше понравилось. Ведь я знаю много правил и смогу справиться с любым заданием!

- Самое главное – ты должна быть очень внимательной! Иногда думают, что от положения маленькой запятой ничего не зависит, и расставляют их наугад.

- Вы правы. В Математике, как и в Грамматике, запятая играет очень важную роль.

Расскажите, пожалуйста, о расстановках запятых в Грамматике. Конечно, если у вас будет свободное время, приходите в гости, - сказала Запятая. Она показала Десятичной дроби свой домик и Десятичная дробь побежала выполнять свою работу. Хорошо, когда есть друзья!

Сказка о Запятой-путешественнице

Жила-была маленькая Запятая. Была она очень несчастная: ученики забывали ее ставить в предложениях, учителя снижали им за это оценки. Ученики ворчали: «Какую-то запятую забыли поставить, а получили плохую оценку!» Все ее ругали, все от нее отмахивались, и она решила уйти из страны Грамматики в страну Математики. Долго дума думается, но быстро дело делается. Перебралась Запятая в Математику, в город Натуральных чисел. Как вы думаете, нужна запятая натуральным числам?

Долго ходила Запятая по улицам большого города. Побывала на улице Сложения: все числа на этой улице были веселыми, кто-то с кем-то складывался, числа увеличивались, иногда достигая больших размеров. На улице Сложения дома были высокими, книги очень толстыми, деревья огромными. Запятая от кого-то слышала, что если издать книгу, в которой миллион страниц, она будет толщиной восемьдесят метров, а ведь это высота двадцатиэтажного дома! Все числа были заняты только собой и не обращали никакого внимания на маленькую Запятую. Поняла Запятая, что она лишняя на этой улице радости и веселья.

Перебралась Запятая на улицу Умножения. А там веселья еще больше, ведь действие умножения дает возможность еще быстрее получать огромные числа. Числа на этой улице достигали астрономических размеров. Вспомнила Запятая легенду о шахматах, когда мудрецу, который изобрел эту прекрасную игру, не смогли

выдать награду. А ведь мудрец просил всего-то одно зернышко за первую клетку шахматной доски, два зернышка- за вторую, четыре- за третью и так до шестьдесят четвертой клетки! Получилось столько зернышек, что на всей Земле не выращивают столько пшеницы. На улице Умножения также не обратили внимания на какую-то Запятую. Загрустила Запятая: плохо, когда ты никому не нужна, когда ты считаешь себя лишней.

Перешла Запятая на следующую улицу - Вычитания. А там все ходили грустные, угрюмые. Кто же будет радоваться тому, если в любой момент могут что-то отнять? А ведь на улице Вычитания даже без согласия могли вычесть изрядную часть числа. Как вы думаете, нужна Запятая на улице Вычитания? Грустно стало маленькой путешественнице: никто не обращает на нее внимание. Решила Запятая подняться на холм, оглядеться.

Поднялась Запятая на вершину и увидела перед собой нагромождение каких-то странных домов, деревья тоже имели странный вид. Пospешила путешественница в город спросить у жителей, почему у них такие странные дома. Подошла она к городским воротам и прочла надпись: « Город Обыкновенных дробей». Но это уже другая история.

Сказка «Простая дробь»

У Числителя и Знаменателя – вечные дразги. Никак не поймешь, кто из них прав. Числитель толкует одно, а Знаменатель перетолковывает по-своему. Числитель говорит:

- У меня положение выше, почему я меньше знаменателя?

А знаменатель свое:

- Я-то числом побольше, с какой же стати мне ниже Числителя стоять?

Целое число, которому надоело брюзжание, сказало им напрямик:

- Сказочники несчастные, чего вы не поделили? В то время, когда у нас столько примеров и задач.

- Тебе, Целому, хорошо, - проворчал Знаменатель.

- Знаменательно!- воскликнул Числитель. - Знаменательно, что именно целое число делает нам замечание!

- А кто мешает Вам стать целым числом? Сложитесь с какой-нибудь дробью.

- Ладно, обойдемся без ваших задач и примеров, - сказал Числитель.

А знаменатель добавил:

- Проваливай, пока целое!

Целое число махнуло на них рукой и приступило к очередным задачам.

Числитель нагнулся, постучал в черточку:

- Послушай, может, нам и впрямь с другой дробью сложиться?

- Ээээ, шалишь, брат, - возразил Знаменатель, хватит с меня и одного Числителя.

- Если уж на то пошло, - обиделся Числитель, - мне тоже одного Знаменателя предостаточно. Еще подумали. Потом Знаменатель стал на цыпочки, постучал в Черточку:

- Слышишь, ты? А если нам так стать целым числом, без другой дроби?