**Муниципальное общеобразовательное учреждение**
**«Осташевская средняя общеобразовательная школа»**

| «Согласовано» | «Согласовано» | «Утверждаю» |
| --- | --- | --- |
| Зам. Директора по УВР | На заседании ШМО | Директор МОУ |
| Власова Т.И. | Протокол №_________ | Порцева И.В. |
| ___________________ | «___»________ 201__ г. | _______________ |
| «___» ______ 201__ г. | ________________ | «___» _______201__ г. |

# Рабочая программа
# элективного курса по математике в 11 классе
# на тему:
# «Разнообразные способы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств»


Составитель рабочей программы:
учитель математики
Шорникова Светлана Павловна
первая категория


2015-2016 учебный год

## Пояснительная записка

На уроках в общеобразовательных школах в 11 классах учащиеся только знакомятся с основными простейшими методами решения уравнений и неравенств. Для решения сложных задач, накопления нестандартных методов и приемов решения не хватает времени. А того объема упражнений, которые обычно предлагаются в учебниках по алгебре и началам анализа для 11 классов, и вовсе недостаточно для формирования умения решать уравнения и неравенства. С этой точки зрения тема элективного курса «Разнообразные способы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств» весьма актуальна. Ее рассмотрение обобщает опыт изучения в школьном курсе разнообразных способов решения уравнений и неравенств, а также компенсирует достаточно ограниченные возможности базового курса.

*Предметом* настоящего элективного курса является практика решения более сложных уравнений и неравенств. На спецкурсе добавляются новые, интересные способы и приемы решения. Изучение этих новых методов на занятиях должны помочь ученику впоследствии увидеть «идеи» при поиске способа решения конкурсных задач. Также на занятиях у учащихся есть возможность получить навыки самостоятельной работы в плане отбора, поиска и решения нестандартных заданий. Таким образом, делая выборку нестандартных уравнений и неравенств, ребята получают навыки работы с математической литературой.

Программа рассчитана на 34 часа классных занятий и может проводиться в течение одного учебного года.

*Цель* программы элективного курса - подготовка к сдаче ЕГЭ по математике, расширение и углубление знаний учащихся по предмету, повышение уровня математической подготовки выпускников средней школы.

*Развивающие и познавательные цели элективного курса:*

- дальнейшее формирование интереса к предмету;
- повышение математической культуры учащихся;
- дальнейшее развитие навыков самостоятельной работы
- развитие творческих способностей школьников (ведь если ученик с успехом разбирает и решает трудные задачи, то с определенной уверенностью можно предположить, что у него имеются определенные математические способности).

*Задачи* данной программы состоят в том, чтобы научить учащихся:

1. Применять различные методы и приемы решения данного класса уравнений и неравенств.

2. Применять разнообразные способы решения одного и того же уравнения (неравенства).

3. Применять уже обозначенные методы и приемы на практике.

4. Решать более сложные задания, наиболее встречаемых в вузовской практике.

*Методы* проведения занятий в форме: лекций; семинаров, посвящённых разрешению проблемных ситуаций; мини - групповых занятий; практикумы и т.д.

*Система форм контроля уровня достижений учащихся и критерии оценки.*

Уровень достижений учащихся определяется в результате:

- наблюдения активности на практикумах;
- беседы с учащимися;
- анализа творческих, исследовательских работ;
- проверки домашнего задания;
- выполнения письменных работ;
- самостоятельно созданных слайдов, мини-задачников, выполненных проектов, которые могут быть индивидуальными и коллективными.

Итоговая аттестация проводится в виде зачетной работы в форме теста.

Итоговая оценка является накопительной, т.е. результаты выполнения предложенных заданий оцениваются в баллах, которые суммируются по окончании курса.

*Ожидаемый результат.*

К концу работы по программе элективного курса учащиеся должны четко знать основные способы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, уметь быстро определить метод решения данного уравнения и неравенства; а в случаях, если способов решения несколько, найти альтернативный вариант. Также итогом совместной работы учителя и учеников должна явиться «копилка» интересных уравнений и неравенств. И результатом этой работы может служить самостоятельная подготовка отдельных сообщений по предложенным темам на заключительном семинаре.

**Тематический план элективного курса профильного обучения «Разнообразные способы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств» 34 часа.**

| Название раздела | Название темы | Всего часов | Теория | Практика | Дата | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | План. | Факт. |
| **Решение показательных уравнений и неравенств. (10 ч.)** | Уравнения, решаемые разложением левой части на множители. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Уравнения, сводящиеся к алгебраическим путем введения новой переменной. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Переход к новому основанию. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Решение показательных неравенств. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Практикум | 2 | 1 | 1 | | |
| **Решение логарифмических уравнений и неравенств. (14 ч.)** | Уравнения, содержащие неизвестную в основании логарифма. | 4 | 2 | 2 | | |
| | Уравнения, содержащие неизвестные в основании и показателе степени. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Решение логарифмических неравенств. | 4 | 2 | 2 | | |
| | Решения трансцендентных уравнений. | 4 | 2 | 2 | | |
| **Решение уравнений и неравенств с использованием свойств входящих в них функций (6 ч.)** | Использование О.Д.З. и ограниченности функций. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Использование монотонности функции. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Метод интервалов для непрерывных функций. | 2 | 1 | 1 | | |
| | Практикум. | 2 | | 2 | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Итоговое занятие. | 2 | | 2 | | |

## Содержание занятий

### Занятие 1-2. Уравнения, решаемые разложением левой части на множители (2 часа)

*Цель:* сформировать умение приводить левую часть данного уравнения к новому виду.

Уравнения вида: $(ax^2+bx+c)(Am^{2x}+Bm^x+C)=0$, $(\sqrt{f(x)}-\varphi(x))(Am^x+Bm^x+C)=0$ и т.п., метод разложения на множители.

**Задания для самостоятельной работы.**

1. Решите уравнение: $\sqrt{2-5x-3x^2}-2=2\cdot 3^x\cdot\sqrt{2-5x-3x^2}-4\cdot 3^x$

**2.** Решите уравнение: $4x^2+3^{\sqrt{x}+1}+x\cdot 3^{\sqrt{x}}=2x^2\cdot 3^{\sqrt{x}}+2x+6$

### Занятие 3-4. Уравнения, сводящиеся к алгебраическим путем введения новой переменной (2 часа)

*Цель:* сформировать умение приводить данное уравнение к новому виду, позволяющему ввести новую переменную, а также применять свойства показательной функции.

Ввод новой переменной. Решение уравнения относительно новой переменной. Интересные замены вида $2^x+2^{-x}=t$ при решении показательных уравнений. Случаи нестандартных замен в показательных уравнениях.

**Задания для самостоятельной работы.**

Решите уравнение: 1. $\sqrt{8\cdot 3^{x+2}-23}=2-3^{x+1}$

2. $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x+(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x=4$

3. $2^{x^2}=-2^{-x^2}$

### Занятие 5-6. Переход к новому основанию (2 часа)

*Цель:* сформировать умение преобразовывать исходное уравнение к новому виду путем перехода к новому основанию. Показать применение данного способа к различным видам уравнений.

Ввод нового основания, решение уравнений относительного нового основания.

**Задания для самостоятельной работы.**

Решите уравнение: 1. $2^{2x+1}-7.10^{x}+5^{2x+1}=0$

2. $2^{2x+5}-3^{x+4,5}=3^{x+3,5}-4^{x+4}$

## Занятие 7-8. Решение показательных неравенств (2 часа)

*Цель:* создание условий для формирования умений решать различные виды показательных неравенств, а также применять свойства показательных функций.

1)Неравенство $[h(x)]^{f(x)} > [h(x)]^{g(x)}$ (1) равносильно совокупности систем неравенств

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} h(x) > 1, \\ f(x) > g(x), \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < h(x) < 1, \\ f(x) < g(x). \end{cases}\end{array}\right.$$

Замечание.. Если знак неравенства (1) нестрогий, дополнительно рассматривается и случай
$\begin{cases} h(x) = 1, \\ x \in D(f),\ D(g), \end{cases}$

2)Если $a > 1$, $b > 0$, неравенство $a^{f(x)} > b$ равносильно неравенству $f(x) > \log_a b$.

Аналогично, $a^{f(x)} < b$ ; $f(x) < \log_a b$.

3) Если $0 < a < 1$, $b > 0$, неравенство $a^{f(x)} > b$ равносильно неравенству $f(x) < \log_a b$.

Аналогично, $a^{f(x)} < b$ ; $f(x) > \log_a b$.

4) Если $b \le 0$, неравенство $a^{f(x)} < b$ не имеет решений (следует из свойств показательной функции).

5) Если $b \le 0$, множеством решений неравенства $a^{f(x)} > b$ является $x \in D(f)$.

**Задания для самостоятельной работы.**

1. Решите неравенство: а) $2^{x-1} > \left(\dfrac{1}{16}\right)^{1/x}$; б) $7^{x} - 2^{x+2} < 5 \cdot 7^{x-1} - 2^{x-1}$;

в) $3^{72} \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x} \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}} > 1$

## Занятие 9-10. Практикум (2 часа)

Решение уравнений и неравенств с использованием всех изученных методов.

## Занятие 11-14. Уравнения, содержащие неизвестную в основании логарифма

*Цель:* Сформировать представление о способах решения логарифмических уравнений, содержащих неизвестную в основании логарифма.

Уравнения вида $\log_{\phi(x)} f(x) = \log_{\varphi(x)} g(x)$, $\log_{\phi(x)} f(x) = a$. Область определения. Переход к числовому основанию и переход к основанию, содержащую неизвестную, применение при решении определения логарифма. Применение свойств логарифма. Уравнения, левая часть которых – сумма взаимно обратных слагаемых.

**Задания для самостоятельной работы.**

1. Решите уравнение: а) $\log_x(2x+1)=\log_{2x^3+x^2}(4x^3+4x^2+x)$; б) $\log_{x/4}x^2-\log_{8x}x^3=0$

в) $\log_x(2x+1)=\log_{(2x^3+x^2)}(4x^3+4x^2+x)$.

## Занятие 15-16. Уравнения, содержащие неизвестные в основании и показателе степени

*Цель:* Сформировать представление о способах решения уравнений вида: $f(x)^{\varphi(x)} = g(x)^{h(x)}$.

Логарифмирование обеих частей уравнения. Отыскание областей существования функций f(x), g(x), h(x), φ(x).

**Задания для самостоятельной работы.**

**Решите уравнения: а)** $(x^2+x+1)^{x-5\sqrt{x}+6} = (x+3)^{x-5\sqrt{x}+6}$.

**б)** $\frac{1}{\sqrt{3x-5}} = (3x-5)^{\log_{\frac{1}{25}}(2+5x-x^2)}$.

## Занятие 17-20. Решение логарифмических неравенств

*Цель:* создание условий для формирования умений решать различные виды логарифмических неравенств, а также применять свойства логарифмических функций.

1. Если $a > 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

2. Если $0 < a < 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

3. Неравенство $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$ равносильно совокупности систем неравенств

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} h(x) > 1, \\ f(x) > g(x) > 0, \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < h(x) < 1, \\ 0 < f(x) < g(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

Подчеркнем, что в неравенстве $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ вместо знака > может фигурировать любой из знаков ≥ , < , ≤ . В этом случае утверждения 1-3 соответственно преобразуются.

**Задания для самостоятельной работы.**

Решите неравенство: а) $\frac{1}{\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6} > 1\frac{1}{2}$ ; б) $\log_3 \log_{\frac{9}{16}} (x^2 - 4x + 3) \leqslant 0.$

### Занятие 20-23. Решения трансцендентных уравнений

*Цель:* сформировать представление о способах решения трансцендентных уравнений.

Трансцендентные уравнения. Трансцендентные уравнения, содержащие тригонометрические функции. Графический способ решения трансцендентных уравнений, численные методы решения трансцендентных уравнений, приближённое вычисление корня до заданной точности. Отделение корня. Отделение действительного корня уравнения, графический метод отделения корней.

**Задания для самостоятельной работы.**

**1)** $2^{-\cos x} = \log_\pi x + \log_x \pi$ **2)** $x^2 + \lg(x + 0.5) = 1$

### Занятие 24-25. Использование О.Д.З. и ограниченности функций

Цель: сформировать представление о способах решения уравнений и неравенств, используя знания ОДЗ и свойство ограниченности функции сверху или снизу.

Решение уравнений и неравенств с использованием области определения входящих в них функций.

**Задания для самостоятельной работы.**

Решите неравенство: 1. $\sqrt{3 - x} = \log_5(x - 3).$

### Занятие 26-27. Использование монотонности функции

*Цель:* сформировать представление о способах решения уравнений и неравенств, используя свойство монотонности функции.

Возрастание, убывание функции на некотором промежутке. Теоремы о корне. Нахождение промежутков монотонности с помощью производной. Решение уравнений и неравенств. Уравнения вида $h(f(x)) = h(g(x))$.

**Задания для самостоятельной работы.**

1. Решите уравнение: а) $3^x + 4^x = 25$; б) $\log_2(|x - 1| + 1) = 2 - \sqrt[3]{(x - 1)^4}.$

### Занятие 28-29. Метод интервалов для непрерывных функций

*Цель:* сформировать представление о способах решения уравнений и неравенств, используя метод интервалов для непрерывных функций.

Определение ОДЗ функции, непрерывность функции.

**Задания для самостоятельной работы.**

Решите неравенство: а) $\sqrt{x^2-1}(4-x)\log_3(3+x)>0.$

б) $\dfrac{(|x+3|-1)(4-2^{2x-1})(x^2+\sqrt[3]{x})}{\log_2(-x+x^2+1)}<0.$

## Занятие 30-31. Практикум

Решение уравнений и неравенств с использованием всех изученных методов.

## Занятие 32-34. Итоговое занятие

Семинар « Нестандартные уравнения и неравенства».

## Литература


1. Авдонин Н.И. 30 уроков репетитора по математике (по материалам вступительных экзаменов в ВУЗы). Учебное пособие. – Н. Новгород; издательство «Век», 2010 г.
2. Авдонин Н.И. Математика 2000: Предварительное тестирование (по материалам предварительного тестирования перед вступительными испытаниями 2000 г. в ННГУ). – Н. Новгород, 2000 г.
3. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства. - М.: Наука, 2008 г.
4. Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. За страницами учебника математики. Арифметика. Алгебра. Геометрия. Книга для учащихся 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2006 г.
5. Галицкий М.Л., Мошкович М.М., Шварцбурд С.И. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа: Методические рекомендации и дидактические материалы: пособие для учителя. – М.: Просвещение, 2005 г.
6. Зильберберг Н.И. Алгебра – 9. Для углубленного изучения математики. Учебное пособие. – Псков: Издательство псковского областного института усовершенствования учителей, 2010 г.
7. Ивлев Б.М., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа. – М.: Просвещение, 2011 г.
8. Курош А.Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней. – М.: Наука, 2012 г.
9. Никольская И. Л. Факультативный курс по математике. – М.: Просвещение, 2012 г.
10. Олежник С.Н. и др. Уравнения и неравенства: Нестандартные методы решений. Учебно-методологическое пособие 10-11 кл. – М.: Дрофа, 2013 г.
11. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. – М.: Просвещение, 2010 г.
12. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике. Решение задач. – М.: просвещение, 2010 г.
13. Шахмейстер А.Х. Логарифмы. Пособие для школьников, абитуриентов и учителей /под ред. Б.К. Зива. – С.-Петербург, Москва. 2013 г.

***Рецензия***

*на программу элективного курса по математике «Разнообразные способы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств» (11 класс).*

*Рецензируемая программа состоит из пояснительной записки, в которой расписаны цели данного курса, задачи, методы проведении и система форм контроля уровня достижений учащихся и тематического плана элективного курса, состоящего из трех разделов:*

*1) решение показательных уравнений и неравенств;*

*2) решение логарифмических уравнений и неравенств;*

*3) решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.*

*Программа рассчитана на 34 часа классных занятий и может проводиться в течение одного учебного года.*

*Данный элективный курс включает теоретический материал, практическую часть и обобщение материала по каждому разделу.*

*Предметом настоящего элективного курса является практика решения более сложных уравнений и неравенств, предлагаемых на ЕГЭ, профильного уровня.*

*На спецкурсе рассматриваются новые, интересные способы и приемы решения, что поможет ученику впоследствии увидеть «идеи» при поиске способа решения экзаменационных задач.*

*Курс ориентирован на углубление и расширение знаний старшей школы по алгебре и началам анализа, развивает логическое мышление учащихся; учит умению анализировать, а также способствует успешной сдаче единого государственного экзамена по математике.*

*Данная программа может быть использована в учебном процессе.*

Рецензия обсуждена и утверждена на заседании ШМО учителей математики и информатики.

Протокол №1 от 01.09.2015 г.