Математика 8 класс

Время выполнения задания: 240 минут.

Информация для участников: максимальная оценка за каждую задачу — 20 баллов, независимо от сложности задачи. Максимальная оценка за всю работу - 100 баллов. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

- 1. Коля придумал себе развлечение: он переставляет цифры в числе 2015, после чего ставит между любыми двумя цифрами знак умножения. При этом ни один из получившихся двух сомножителей не должен начинаться с нуля. Затем он вычисляет значение этого выражения. Например: $150 \cdot 2 = 300$, или $10 \cdot 25 = 250$. Какое наибольшее число у него может получиться в результате такого вычисления?
- 2. Одна сторона прямоугольника в 5 раз длиннее другой. Покажите, как разрезать этот прямоугольник на 5 частей и сложить из них квадрат. Части можно переворачивать и поворачивать, но нельзя накладывать друг на друга, и внутри квадрата не должно быть непокрытых участков.
- 3. Петя, Саша и Миша играют в теннис на вылет. Игра на вылет означает, что в каждой партии играют двое, а третий ждёт. Проигравший партию уступает место третьему и в следующей партии сам становится ждущим. Петя сыграл всего 12 партий, Саша 7 партий, Миша 11 партий. Сколько раз Петя выиграл у Саши?
- **4.** Числа x и y таковы, что x + y = xy = 17. Найти значение выражения:

$$(x^2-17x)\left(y+\frac{17}{y}\right).$$

- **5.** Дан треугольник ABC, $\angle B = 90^{\circ}$. На сторонах AC, BC выбраны точки E и D соответственно, такие, что AE = EC, $\angle ADB = \angle EDC$. Найти отношение CD : BD.
- **6.** В стране Лимпопо есть четыре национальные валюты: бананы (Б), кокосы (К), еноты (\mathcal{E}) и доллары (\$). Ниже приведены курсы обмена этих валют (одинаковые во всех обменных пунктах страны):

$$\mathsf{E} \xrightarrow{\frac{2}{\frac{1}{2}}} \mathsf{K} \qquad \mathcal{E} \xrightarrow{\frac{6}{\frac{1}{6}}} \mathsf{E} \qquad \mathcal{E} \xrightarrow{\frac{11}{\frac{1}{11}}} \mathsf{K} \qquad \$ \xrightarrow{\frac{10}{\frac{1}{15}}} \mathsf{K}$$

Число на стрелке показывает, сколько единиц, указанных в конце стрелки, можно получить за единицу, указанную в начале стрелки. Например одного енота можно обменять на 6 бананов или на 11 кокосов, один доллар на 10 кокосов а один кокос - на 1/15 доллара. (При решении задачи любую валюту можно дробить на сколь угодно мелкие части: например обменять 101/43 енота на 606/43 банана). Обмены $\$ \rightleftharpoons \mathcal{E}$ и $\$ \leftrightharpoons B$ в Лимпопо запрещены.

Перевозить деньги через границу Лимпопо можно только в долларах. Дядя Вася приехал в Лимпопо, имея при себе 100 долларов. Он может выполнять указанные выше операции обмена валют неограниченное количество раз, но не имеет никаких других источников дохода. Может ли он разбогатеть и увезти из Лимпопо 200 долларов? Если да — объясните, как. Если нет, докажите.