

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ В РЕАКТОРЕ С ВИХРЕВЫМ СЛОЕМ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ СИНТЕЗЕ БИОТОПЛИВА

С.А. Нагорнов, Д.С. Дворецкий,  
С.И. Дворецкий, А.А. Ермаков

ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический  
университет», г. Тамбов

Рецензент д-р техн. наук, профессор В.Я. Борщев

**Ключевые слова и фразы:** вихревой слой ферромагнитных частиц; математическая модель; уравнение электромагнитной гидродинамики; уравнение Ампера–Максвелла.

**Аннотация:** Представлена математическая модель гидро- и электромагнитодинамики аппаратов вихревого слоя ферромагнитных частиц. Математическая модель включает в себя уравнения электромагнитной гидродинамики среды и уравнение Ампера–Максвелла для описания электромагнитного поля в аппарате.

**Обозначения:**  $A$  – вектор магнитного поля, Тл;  $B$  – магнитная индукция, Тл;  $d$  – диаметр ферромагнитной частицы, м;  $D$  – электрическая индукция, (А·с)/м<sup>2</sup>;  $E$  – напряженность электрического поля, В/м;  $j$  – плотность тока, А/м<sup>2</sup>;  $H$  – напряженность магнитного поля, А/м;  $M$  – намагниченность вещества, А/м;  $l$  – длина ферромагнитной частицы, м;  $r$  – удельное электрическое сопротивление, Ом·м;  $v$  – скорость потока, м/с;  $\beta'$  – коэффициент, учитывающий уменьшение проводимости в виду наличия непроводящей среды;  $\nu$  – кинематическая вязкость смеси, м<sup>2</sup>/с;  $\gamma_m$  – удельная проводимость реакционной среды, м/Ом;  $\varepsilon$  – электрический заряд, Кл;  $\varepsilon_m$  – относительный объем ферромагнитных проводящих частиц в реакционной смеси, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $\mu_0$  – магнитная постоянная, Гн/м;  $\sigma$  – проводимость, (Ом·м)<sup>-1</sup>;  $\rho$  – плотность смеси, кг/м<sup>3</sup>.

---

Нагорнов Станислав Александрович – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологическое оборудование и пищевые технологии», e-mail: topt@topt.tstu.ru; Дворецкий Дмитрий Станиславович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологическое оборудование и пищевые технологии», e-mail: dvoretsky@tambov.ru; Дворецкий Станислав Иванович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологическое оборудование и пищевые технологии», проректор по научно-инновационной деятельности; Ермаков Александр Анатольевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологическое оборудование и пищевые технологии», e-mail: yermaknt@mail.ru, ТамбГТУ, г. Тамбов

## Введение

Одним из перспективных методов интенсификации таких технологических процессов как тепло- и массообмен, экстракция, флотация, перемешивание, измельчение, химические реакции, электролиз, полировка, микробиологический синтез и др. является их проведение в условиях вихревого слоя ферромагнитных частиц, созданного посредством вращающегося электромагнитного поля. Использование принципа вихревого слоя позволяет интенсифицировать технологические процессы за счет комплексного воздействия на обрабатываемые вещества интенсивного перемешивания и диспергирования, акустической и электромагнитной обработки, трения, высоких локальных давлений, электролиза [1]. При этом особый практический и научный интерес представляют собой, прежде всего, исследование гидродинамических закономерностей вихревых образований и оценка влияния на них технологических параметров процесса.

Средствами математического моделирования проанализируем гидродинамику аппаратов вихревого слоя и влияние на нее рабочих параметров.

## Математическая модель

Базовым уравнением движения среды в кондукторе вихревого аппарата является уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости (уравнение Навье–Стокса). В векторной форме это уравнение имеет вид [2]

$$\frac{dv}{dt} = F - \frac{1}{\rho} \text{grad}(p) + \nu \Delta v, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа. В данное уравнение входит потенциальное поле силы  $F$ . В случае аппарата вихревого слоя данное поле силы представляется в виде воздействия со стороны электромагнитного поля на единицу объема сплошной среды в виде

$$F = jB. \quad (2)$$

Устанавливая связь между полной плотностью тока и векторов  $E$  в виде закона Ома можно записать

$$j = \frac{1}{r} E = \frac{1}{\beta'} \gamma_M E, \quad (3)$$

где  $\beta'$  – коэффициент, учитывающий уменьшение проводимости в виду наличия непроводящей среды. Для хаотически расположенных ферромагнитных цилиндрических частиц с отношением  $l/d = \theta$ , коэффициент может быть записан в виде зависимости

$$\beta' = 1 - \left( \frac{1}{2\theta} \right) \ln \epsilon_M. \quad (4)$$

Уравнения (1) – (4) представляют собой модель движения несжимаемой ферромагнитной среды в реакционном объеме аппарата вихревого

слоя. При этом вихревое движение в объеме аппарата порождается и определяется динамикой распределения магнитного и электрического полей.

Анализ электромагнитодинамики вихревого аппарата состоит в расчете электрического и магнитного полей, возбужденного приложенными переменными токами, и базируется на расчете уравнения Ампера–Максвелла для макроскопического объема [2]

$$\operatorname{rot} H = j + \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (5)$$

в котором полная плотность тока  $j$  равна сумме сторонней и индуцированной составляющих. Решение уравнения (5) осуществляется относительно вектора магнитного потенциала  $A$ , который связан с плотностью индуцированного электрического тока уравнением

$$j_{\text{индуц}} = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t}, \quad (6)$$

а с вектором магнитной индукции уравнением

$$B = \operatorname{rot} A. \quad (7)$$

В этом случае, учитывая намагниченность вещества в реакционном объеме и представляя  $\partial D / \partial t$  через вектор магнитного потенциала, уравнение (5) можно записать в виде

$$\sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \operatorname{rot} \left( \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} A - M \right) - \sigma \nu \operatorname{rot} A = j_{\text{стор}}. \quad (8)$$

В таком виде уравнение Ампера–Максвелла может быть разрешено, используя известные величины намагниченности и сторонней составляющей плотности тока

$$M = \frac{B}{\mu_0}, \quad (9)$$

$$j_{\text{стор}} = \sigma \nu B. \quad (10)$$

Уравнения (8) – (10) формируют математическое описание распределения магнитного и электрического полей в кондукторе аппарата.

Однако для полного замыкания математического описания гидро- и электромагнитодинамики вихревого аппарата уравнения (1) – (4) и (8) – (10) должны быть дополнены граничными и начальными условиями.

Для уравнения электромагнитной гидродинамики граничные условия формулируются в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = 0; \\ p = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Граничные условия для решения уравнения Ампера–Максвелла устанавливаются в виде условия Неймана и имеют следующий вид

$$\begin{cases} H_t = D_n = \varepsilon; \\ j_n = j, \end{cases} \quad (12)$$

где  $H_t$  – тангенциальная компонента напряженности магнитного поля равная линейной плотности поверхностного тока  $\varepsilon$ ;  $D_n$  – нормальная компонента электрического смещения;  $j_n$  – нормальная компонента плотности тока.

Для внутренних границ условия Неймана записываются в виде

$$\begin{cases} H_t^+ - H_t^- = \varepsilon; \\ D_n^+ - D_n^- = \varepsilon; \\ j_n^+ - j_n^- = j, \end{cases} \quad (13)$$

где индексы «+» и «-» обозначают величины слева и справа от границы.

Начальные условия для решаемой математической модели формулируются в виде:

– для уравнения электромагнитной гидродинамики

$$\begin{cases} v_x = v_y = 0; \\ p = 0, \end{cases} \quad (14)$$

– для уравнения Ампера–Максвелла

$$A = 0. \quad (15)$$

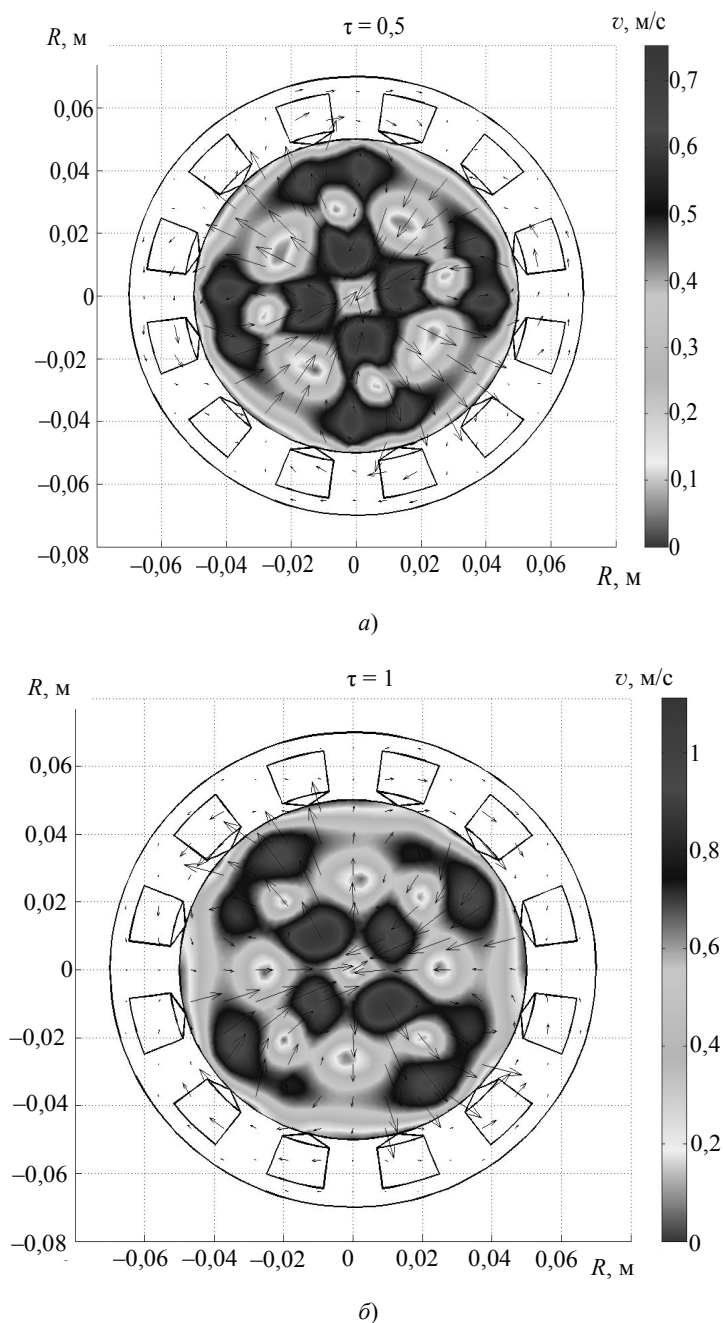
### Реализация модели и анализ гидродинамических процессов

Решение уравнений математической модели осуществлено методом конечных элементов для двумерной расчетной области, представляющей собой геометрический аналог индуктора с шестью обмотками (имеющими одинаковое число витков), оси которых взаимно сдвинуты на угол  $60^\circ$ . Формирование расчетной конечно-элементной сетки было произведено из симплекс-элементов, представляющих собой прямолинейные трехузловые треугольники. Количество узлов в сетке составило 1083, количество элементов 2056.

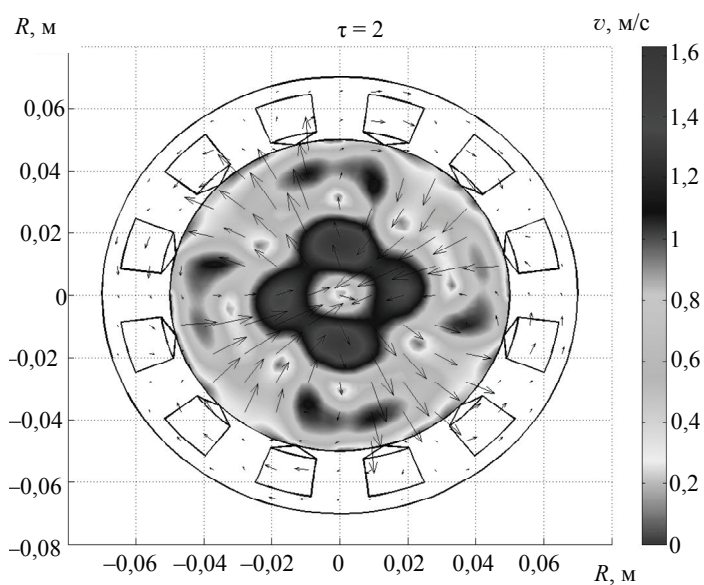
Численная реализация разработанной математической модели была осуществлена на компьютере с процессором Intel Core2Duo, с тактовой частотой 3 ГГц и объемом оперативной памяти 7 Гб. Расчет производился во временном интервале от 0 до 3 с с шагом 0,01 с. Затраты машинного времени составили 45,75 мин. Исходные параметры процесса: частота тока – 50 Гц; сила тока – 10 А; величина магнитной индукции – 0,15 Тл; количество ферромагнитных частиц в среде – 0,03 % об.; отношение  $l/d$  ферромагнитных частиц – 10; среда в аппарате – рапсовое масло – метанол в мольном соотношении 1:7.

Результаты расчета гидродинамики среды в аппарате иллюстрирует рис. 1. Анализ данных рисунка показывает, что в ходе работы аппарата с

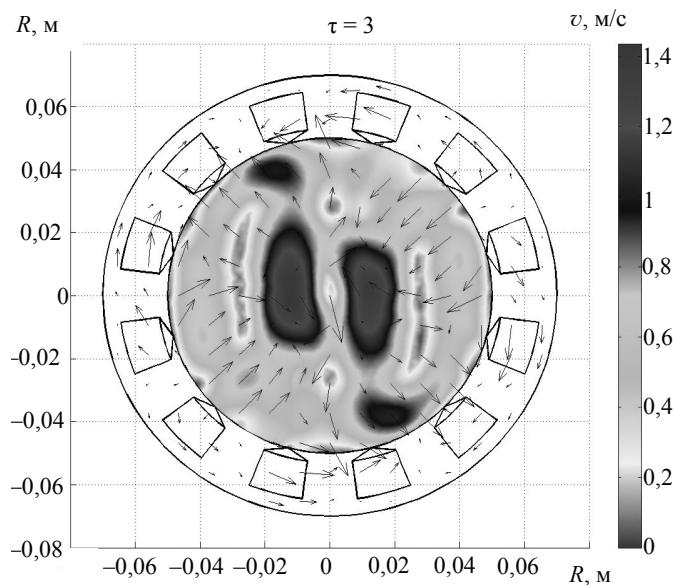
вихревым слоем ферромагнитных частиц происходит образование турбулизированных потоков среды, формирование которых обусловлено возникновением вихревых электромагнитных полей (стрелки на рис. 1). При этом закономерности гидродинамики аппарата вихревого слоя, в первую очередь, определяются параметрами электромагнитного поля, формирующегося во внутреннем объеме кондуктора.



**Рис. 1.** Мгновенное поле скоростей среды во внутреннем объеме кондуктора аппарата при различных  $\tau, \text{ с}$



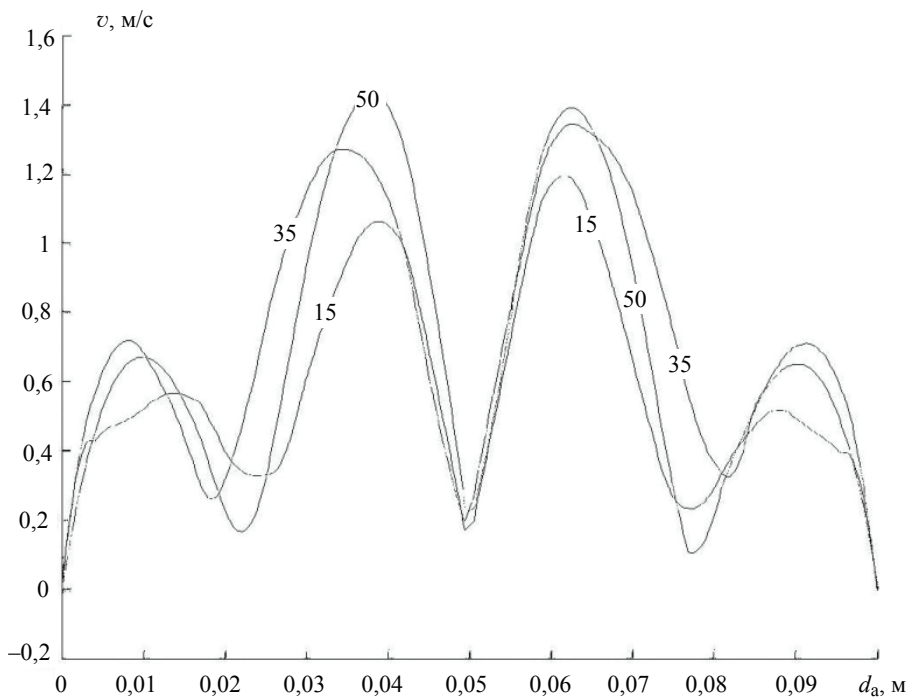
е)



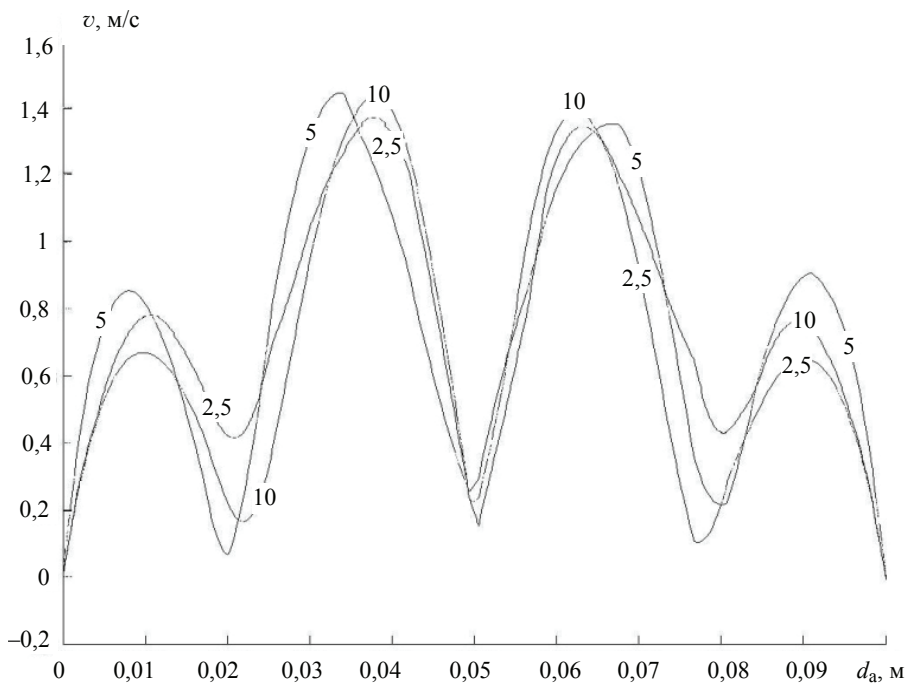
з)

**Рис. 1. Продолжение**

В ходе проведенных численных экспериментов нами изучалось влияние параметров внешнего электромагнитного поля и степень загрузки внутреннего объема ферромагнитными частицами на гидродинамику среды в кондукторе аппарата. Результаты проведенных исследований представлены на рис. 2–5.

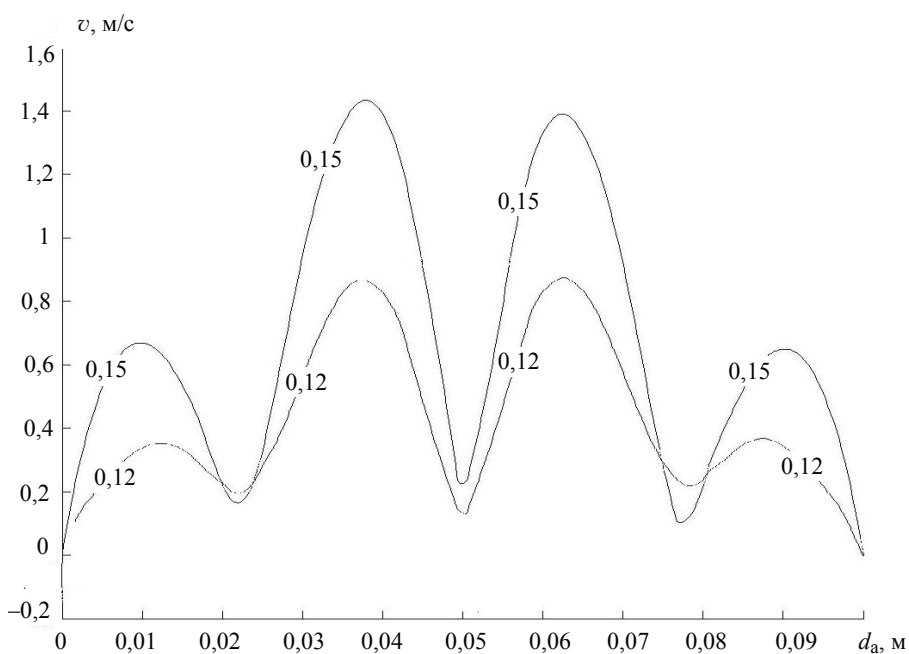


**Рис. 2.** Влияние частоты внешнего электромагнитного поля на распределение скоростей движения среды по рабочему диаметру аппарата  $d_a$  (цифры на графиках – частота тока в Гц)

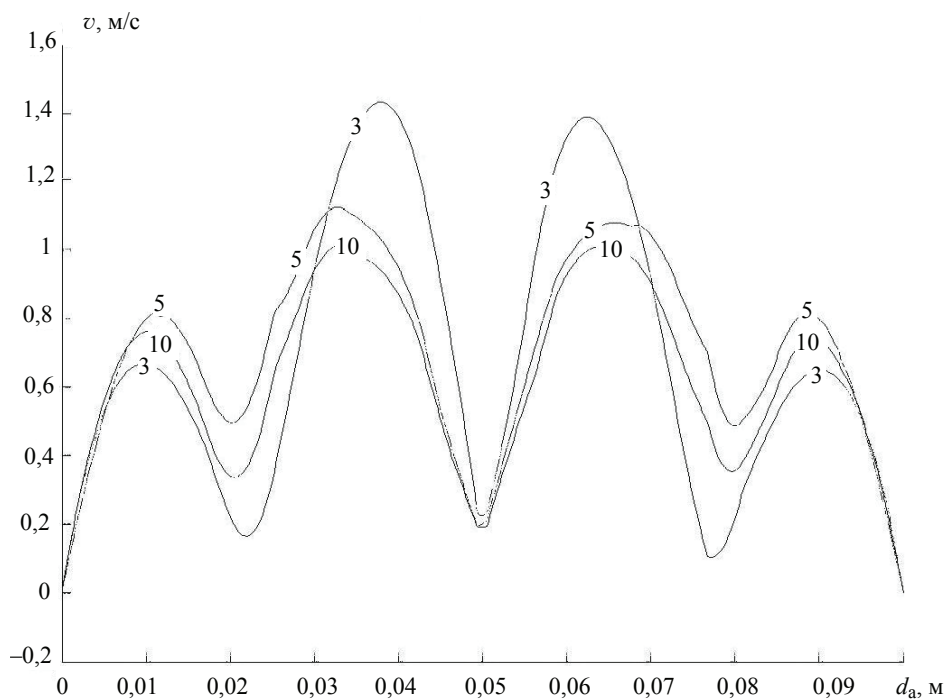


**Рис. 3.** Влияние силы тока на распределение скоростей движения среды по рабочему диаметру аппарата  $d_a$  (цифры на графиках – сила тока в А)





**Рис. 4.** Влияние напряженности внешнего магнитного поля на распределение скоростей движения среды по рабочему диаметру аппарата  $d_a$  (цифры на графиках – напряженность магнитного поля в Тл)



**Рис. 5.** Влияние величины загрузки ферромагнитными частицами на распределение скоростей движения среды по рабочему диаметру аппарата  $d_a$  (цифры на графиках – загрузка ферромагнитными частицами в % об.)



В частности, было установлено, что увеличение частоты тока с 15 Гц до 50 Гц, приводит к увеличению структурированности потока с формированием ярко выраженного двойного движущегося кольцевого слоя среды (см. рис. 2), при этом абсолютная скорость внутреннего слоя в 2–4 раза больше, чем внешнего, а в центре индуктора при этом наблюдается практически полное отсутствие движения среды. Установлено, что повышение частоты тока от 15 до 50 Гц приводит к увеличению максимальной абсолютной скорости среды только на 50 %.

Анализ влияния силы тока внешнего электромагнитного поля на скорость движения среды в кондукторе аппарата показывает, что с ростом силы тока практически не происходит изменения максимальной скорости и структуры потока (см. рис. 3).

В ходе дальнейших исследований было установлено значительное влияние напряженности магнитного поля на гидродинамику среды. В частности повышение величины напряженности внешнего электромагнитного поля с 0,12 до 0,15 Тл приводит к росту максимальной скорости среды в кондукторе аппарата с 0,85 до 1,45 м/с (см. рис. 4).

Значительное влияние на гидродинамику потоков, помимо параметров внешнего электромагнитного поля, оказывает и объемная доля ферромагнитных частиц в среде. Так, например, как видно из рис. 5 увеличение объемной доли ферромагнитных частиц в среде с 3 до 10 % об. приводит к уменьшению максимальной скорости потока в 1,5 раза.

### **Выводы**

В результате численного решения уравнений математической модели был выявлен импульсный характер воздействия потенциальных полей гидродинамических и электромагнитных сил на жидкую среду в кондукторе аппарата с вихревым слоем ферромагнитных частиц. В частности, установлено, что структура потоков среды характеризуется высокой турбулизацией с локальными вихревыми образованиями и значительными градиентами скоростей и давлений. Установлено, что турбулизация локальных объемов среды происходит в результате формирования пульсирующих полей магнитной индукции и напряженности магнитного поля, что приводит к возникновению результирующих потенциальных полей кулоновских сил.

*Работа выполнена по проекту аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» на 2009–2010 гг., регистрационный номер № 2.1.2/3098 «Исследование и оптимизация комплексной переработки растительного сырья в органическое топливо».*

### *Список литературы*

1. Логвиненко, Д.Д. Интенсификация технологических процессов в аппаратах вихревого слоя / Д.Д. Логвиненко, О.П. Шеляков. – Киев : Техника, 1976. – 144 с.

2. Яворский, Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, А.К. Лебедев. – 8-е изд., перераб. и испр. – М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2007. – 1054 с.

---

**Mathematical Modeling of Hydrodynamic Motion  
in the Reactor with Ferromagnetic Particles  
in the Process of Bio-Fuel Synthesis**

**S.A. Nagornov, D.S. Dvoretzkiy,  
S.I. Dvoretzkiy, A.A. Ermakov**

*Tambov State Technical University, Tambov*

**Key words and phrases:** Ampere–Maxwell equation; equation of electromagnetic hydrodynamic; vortex layer of ferromagnetic particles; mathematical model.

**Abstract:** The paper presents the mathematical model of hydro- and electro-dynamics in the reactor with the layer of ferromagnetic particles. The mathematical model includes the equations of the electromagnetic hydrodynamics of the treated environment and Ampere–Maxwell equation for the description of the electromagnetic field in the reactor.

---

© С.А. Нагорнов, Д.С. Дворецкий,  
С.И. Дворецкий, А.А. Ермаков, 2010