Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение "Тюбяйская средняя общеобразовательная школа агротехнолоического профиля имени академика В.М.Анисимова" МР "Сунтарский улус(район)"

Способы решения квадратных уравнений

Петрова Сардана Борисовна

Содержание

1. Введение.

Актуальность темы «Квадратные уравнения» заключается в том, что она является одной из самых важных в математике. Уравнения – это язык алгебры, квадратные уравнения – это фундамент, на котором построено величественное здание алгебры. Они находят широкое применение в разных разделах математики и применяются в других науках. Поэтому каждый ученик должен уметь верно и рационально решать квадратные уравнения.

В школьном курсе изучаются формулы корней квадратного уравнения, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения. Однако имеются и другие приемы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения без использования формул, изучаемых в школьном курсе алгебры.

Изученные способы решения квадратных уравнений будут применяться и при дальнейшем изучении математики, при решении уравнений, сводящихся к решению квадратных.

2. Из истории квадратных уравнений.

а) Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до н.э. вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения:

$x^2 + x = \boxed{\frac{3}{4}}$, $x^2 - x = 14\boxed{\frac{1}{2}}$

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены.

б) Квадратные уравнения в Индии.

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в астрономическом тракте «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. индийским математиком и астрономом Ариабахаттой. Другой индийский ученый, Брахмагупта (VII в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме:

$ax^2 + bx = c, \ a > 0$

В уравнении коэффициенты, кроме *а*, могут быть отрицательными. Правило Брахмагупта по существу совпадает с нашим.

в) Квадратные уравнения в Европе XIII-XVII вв.

Формулы решения квадратных уравнений по образцу ал-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202 г.

Итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Этот объемный труд, в котором отражено влияние математики, как стран ислама, так и Древней Греции, отличается и полнотой, и ясностью изложения. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из «Книги абака» переходили почти во все европейские учебники XVI-XVII вв. и частично XVIII.

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду

$$x^2 + bx = c,$$

при всевозможных комбинациях знаков коэффициентов b, c было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. М.Штифелем.

Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых в XVI в. Учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других ученых способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

3. Классические способы решения квадратных уравнений.

В школе изучаются классические способы решения квадратных уравнений с использованием формул корней квадратных уравнений, теоремы Виета. Также имеются и другие способы решения квадратных уравнений – графический, разложение квадратного трёхчлена на множители, выделение квадрата двучлена, которые также позволяют решать квадратные уравнения.

Определение 1.

Квадратным уравнением называют уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты, a, b, c- действительные числа, а $\neq 0$.

Определение 2.

Полное квадратное уравнение — это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых т.е. коэффициенты b и c отличны от нуля.

Неполное квадратное уравнение — это уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов равен нулю. Неполные квадратные уравнения бывают трёх видов:

1) $ax^2 + c = 0$, где $c \neq 0$;

2) $ax^2 + bx = 0$, где $b \neq 0$;

3) $ax^2 = 0$.

Определение 3.

Корнем квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называют всякое значение переменной x, при котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ обращается в нуль.

Определение 4.

Решить квадратное уравнение — значит найти все его корни или установить, что корней нет.

Ниже мы рассмотрим классические способы решения квадратных уравнений.

3.1. Решение квадратных уравнений по формулам

Умножим обе части уравнения $ax^2 +bx + c = 0, a \neq 0$ на 4а, тогда

$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0,$

$((2ax)^2 + 2ax \cdot b + b^2) - b^2 + 4ac = 0,$

$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac,$

$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac},$

$2ax = - b \pm \sqrt{b^2 - 4ac},$

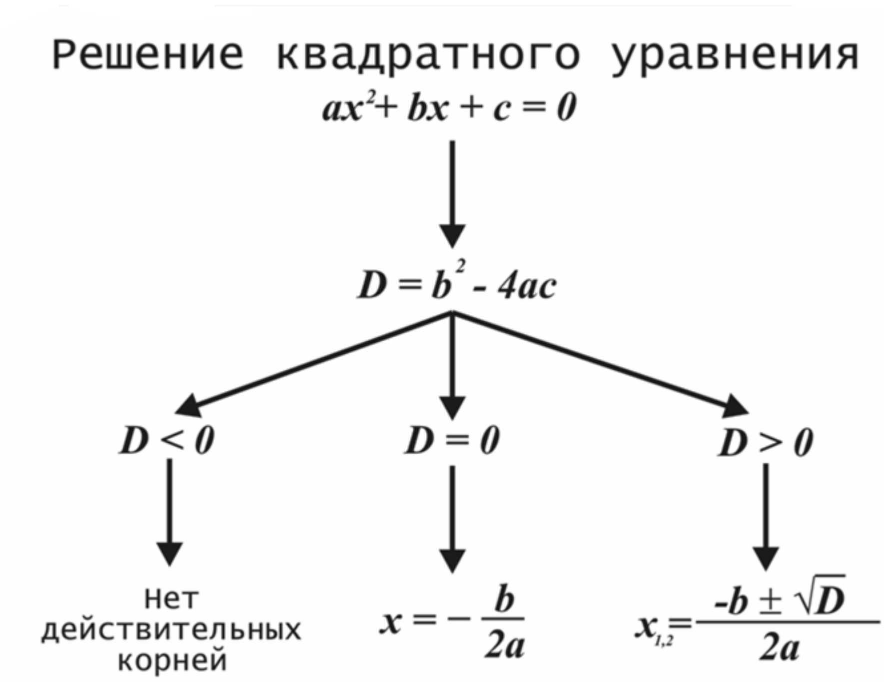
$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-в \pm \sqrt{в^2 - 4ac}}{2a}} \qquad (1)$$

1. Таким образом, в случае положительного дискриминанта, т.е. при $b^2 - 4ac>0,$ уравнение $ax^2 +bx + c = 0$ имеет два различных корня.

2. Если дискриминант равен нулю, т.е. $b^2 - 4ac = 0$, то уравнение имеет один корень $\boxed{x = \frac{-в}{2a}}$.

3. Если дискриминант отрицателен, т.е. $b^2 - 4ac<0$, уравнение $ax^2 +bx + c = 0$ не имеет корней.

Формула (1) корней квадратного уравнения $ax^2 +bx + c = 0$ позволяет найти корни ***любого*** квадратного уравнения (если они есть), в том числе приведенного и неполного.



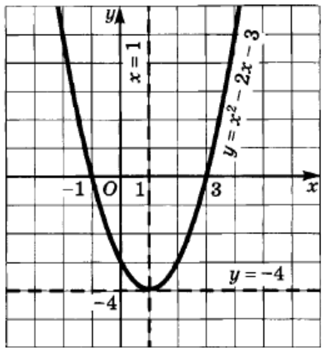
Решение квадратного уравнения с помощью формул корней - самый распространенный способ.

3.2. Графический метод решения квадратного уравнения

Используя знания о квадратичной и линейной функциях и их графиках, можно решить квадратное уравнение так называемым *функционально-графическим методом.* Причем некоторые квадратные уравнения можно решить различными способами, рассмотрим эти способы на примере квадратного уравнения: $\boxed{x^2-2x-3}=0$

<u>1способ.</u>

Построим график функции $\boxed{y=x^2-2x-3}$, воспользовавшись алгоритмом.



1)Имеем:

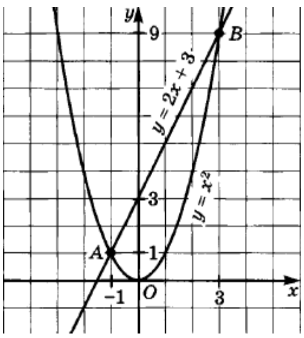
$$\boxed{a=1, b=-2, x_0=-\frac{b}{2a}=1, y_0=\ f(1)=1^2-2-3=-4.}$$

Значит, вершиной параболы служит точка (1;-4)

2) для построения параболы возьмем несколько точек, симметричныхотносительно оси параболы x=1, например, точки (-1;0) , (1;-4), (3;0),(0;-3), (2;-3) и проводим параболу.

Корнями уравнения $\boxed{x^2-2x-3=0}$ являются абсциссы точек пересечения параболы с осью x: $\boxed{x_1=-1, x_2=3.}$

<u>2 способ</u>



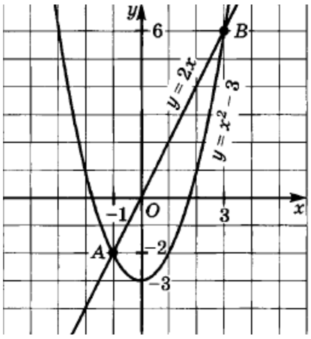
Преобразуем уравнение к виду $\boxed{x^2=2x+3}$.

Построим в одной системе координат графики функций $\boxed{y=x^2}$ и $\boxed{y=2x+3}$.

Они пересекаются в двух точках A(-1;1) и B(3;9). Корнями уравнения служат абсциссы точек A и B, значит, $\boxed{x_1=-1, x_2=3}$

3 способ

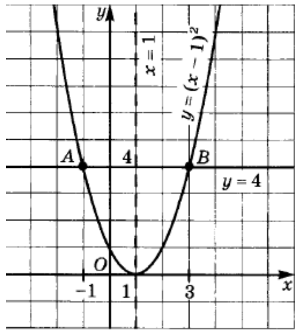
Преобразуем уравнение к виду $\boxed{x^2-3=2x}$.



Построим в одной системе координат графики функций $\boxed{y=x^2-3}$ и $\boxed{y=2x}$. Они пересекаются в двух точках A(-1;-2) и

B (3;6). Корнями уравнения являютсяабсциссы точек A и B, поэтому $\boxed{x_1=-1, x_2=3}$.

4 способ



Преобразуем уравнение к виду $\boxed{x^2-2x+1=4}$, затемвыделим квадрат двучлена $\boxed{(x-1)^2=4}$. Построим в одной системе координат параболу $\boxed{y=(x-1)^2}$ и прямую $\boxed{y=4}$. Они пересекаются в точках A(-1;4) и B(3;4).

Корнями уравнения служат абсциссы точек A и B, поэтому $\boxed{x_1=-1, x_2=3}$

.

Графический способ решения квадратного уравнения — самый наглядный, но не всегда удобен в использовании, ведь зачастую корни уравнения – числа нецелые.

3.3. Разложение левой части уравнения на множители.

Для решения квадратного уравнения этим способом необходимо разложить левую часть уравнения на множители, затем каждый из множителей приравнять к нулю, а затем записать в ответ решение каждого из них.

Например, решим уравнение x^2 - 6x + 8 =0.

Разложим левую часть на множители:

$x^2 - 6x + 8 = x^2- 4x- 2x+ 8= x(x- 4)- 2(x- 4)= (x-2)(x-4)$.

Следовательно, уравнение можно переписать так: $(x-2)(x-4)= 0$.

Произведение равно нулю, если, по крайней мере, один из его множителей равен нулю.

$x-2=0$ или $x-4=0$; $x = 2$ или $x = 4$.

Это означает, что числа 2 и 4 являются корнями уравнения $x^2 - 6x + 8 =0$.

Этот способ довольно простой и понятный. Минус заключается в том, что не всегда квадратный трёхчлен, стоящий в левой части квадратного уравнения можно разложить на множители.

3.4. Выделение квадрата двучлена

Сначала мы должны выделить квадрат двучлена из квадратного трёхчлена в левой части уравнения. Для этого прибавим и вычтем одно и тоже число, если это необходимо для образования квадрата двучлена. Например: $x^2 - 6x + 8 =0$;

$$x^2 – 2\cdot 3x + 9 – 9 + 8= 0;$$

$$(x- 3)^2 – 9 + 8 = 0;$$

$$(x- 3)^2 – 1 = 0;$$

$$(x- 3)^2 = 1;$$

$$x- 3 = 1 \quad \text{или } x- 3 = -1;$$

$$x_1 = 2;$$

$$x_2 = 4.$$

Также как и предыдущий этот способ довольно простой, главное не ошибиться при выделении полного квадрата. А самое главное, что этот способ позволяет найти любые действительные корни уравнения.

3**.5. Теорема Виета**

Приведенным квадратным уравнением называется квадратное уравнение, старший коэффициент которого равен единице: $\boxed{x^2 + px + q = 0}$.

<u>Теорема Виета для приведённого квадратного уравнения:</u> сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

По коэффициентам p и q можно определить знаки корней.

а) *Если сводный член q приведенного уравнения* $\boxed{x^2 + px + q = 0}$ *положителен (q> 0), то уравнение имеет два одинаковых по знаку корня. Знак корней при этом зависит от знака второго коэффициента:*

-если *p <0*, то оба корня положительные;

-если *p> 0*, то оба корня отрицательные.

б) *Если свободный член q приведенного уравнения* $\boxed{x^2 + px + q = 0}$ *отрицателен (q< 0), то уравнение имеет два различных по знаку корня, причем больший по модулю корень будет положителен, если p< 0 , или отрицателен, если p> 0 .*

Чтобы квадратное уравнение $\boxed{ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0}$ привести к приведенному виду, нужно все его члены разделить на *a,* тогда

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}. \end{cases}$$

То есть по теореме Виета сумма корней квадратного уравнения $\boxed{ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0}$ равна -b/a, а их произведение c/a.

Этот способ удобен в применении, если квадратное уравнение является приведенным, а корни – целые числа, однако поиск корней происходит с помощью подбора, что не всегда удобно. Также при помощи теоремы Виета можно решать задачи по нахождению коэффициентов уравнения, не решая его.

4. Нестандартные способы решения квадратных уравнений

4.1.Геометрический способ решения квадратных уравнений (геометрическая алгебра)

Чтобы решить уравнение $x^2 = a$ древние математики поступали так:

x^2 – квадрат со стороной, равной x. Решить уравнение $x^2 = a$ – значит найти такой отрезок x, что площадь квадрата, построенного на этом отрезке, была бы равной a. При таком подходе к решению уравнение могло иметь только один положительный корень, а уравнение $x^2 = 0$ вообще не имело корней. В записи квадратных уравнений древние греки никогда в правой части уравнения не писали число 0, т. к. они считали, что 0 – ничто, а сумма величин не может быть равна «ничему». Поэтому, например, квадратное уравнение $x^2 + 8x – 48 = 0$ древние греки записывали в виде: $x^2 + 8x = 48$.

Решим квадратное уравнение $x^2+8x-48=0$данным способом.

Решение:

$x^2+8x=48$

$S= (x+4)^2$, $S_1= x^2$, $S_2=4x$, $S_3 =16$

$S_1+ 2S_2= 48$ (данное уравнение)

$S_1+ 2S_2= S-S_3$ (по свойству площадей)

$x^2+8x=(x+4)^2-16=48$;

$(x+4)^2 – 16=48$

$(x+4)^2 = 48+16$;

$(x+4)^2 =64$;

$x+4=8$;

$x=4$.

	x	4
x	x^2	4x
4	4x	16

Современное решение такого уравнения дало бы нам ещё один корень x= -12.

4.2. Использование свойств коэффициентов квадратного уравнения

1. Если в квадратном уравнении $\boxed{ax^2+bx+c=0, a\neq 0}$ сумма всех коэффициентов равна 0, то один корень равен 1, а второй c/a.

$$\textit{Если}\ a+b+c=0, \text{то}\ x_1=1, x_2=\frac{c}{a}$$

Пример:

$2x^2$ -8x +6=0; (2-8+6=0)

x_1=1;

x_2=3.

2. Если в квадратном уравнении $\boxed{ax^2+bx+c=0, a\neq 0}$ второй коэффициент b равен сумме двух других коэффициентов (b=a+c), то один корень равен -1, а второй - c/a.

Пример:

$6x^2$ +8x +2=0; (8=2+6)

x_1= -1;

x_2= -1/3.

3. Если в квадратном уравнении $\boxed{ax^2+bx+c=0, a\neq 0}$ второй коэффициент равен сумме квадрата первого коэффициента и 1, а свободный член равен первому коэффициенту, то первый корень равен -a, а второй -1/a.

$$\text{В уравнениях вида}: ax^2+(a^2+1)x+a=0$$

$$x_1=-a; x_2=-\frac{1}{a}$$

Пример:

$6x^2$ +37x +6=0; (37= 6^2+1; a=c=6)

x_1= -6;

x_2= -1/6.

4. Если в квадратном уравнении $\boxed{ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0}$ второй коэффициент равен числу, противоположному сумме квадрата первого коэффициента и 1, а свободный член равен первому коэффициенту, то первый корень равен а, а второй 1/а.

$$\text{В уравнениях вида}: ax^2 - (a^2 + 1)x + a = 0$$

$$- \quad x_1 = a;\ x_2 = \frac{1}{a}$$

Пример:

$6x^2 - 37x + 6 = 0$; ($-37 = -(6^2+1)$; $a=c=6$)

$x_1 = 6$;

$x_2 = 1/6$.

5. Если в квадратном уравнении $\boxed{ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0}$ второй коэффициент равен числу, противоположному разности квадрата первого коэффициента и 1, а свободный член равен числу, противоположному первому коэффициенту, то первый корень равен а, а второй -1/а.

$$\text{В уравнениях вида}: ax^2 - (a^2 - 1)x - a = 0$$

$$- \quad x_1 = a;\ x_2 = -\frac{1}{a}$$

Пример:

$6x^2 - 35x - 6 = 0$; ($-35 = -(6^2-1)$; $a=-c=6$)

$x_1 = 6$;

$x_2 = -1/6$.

4.3. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки.

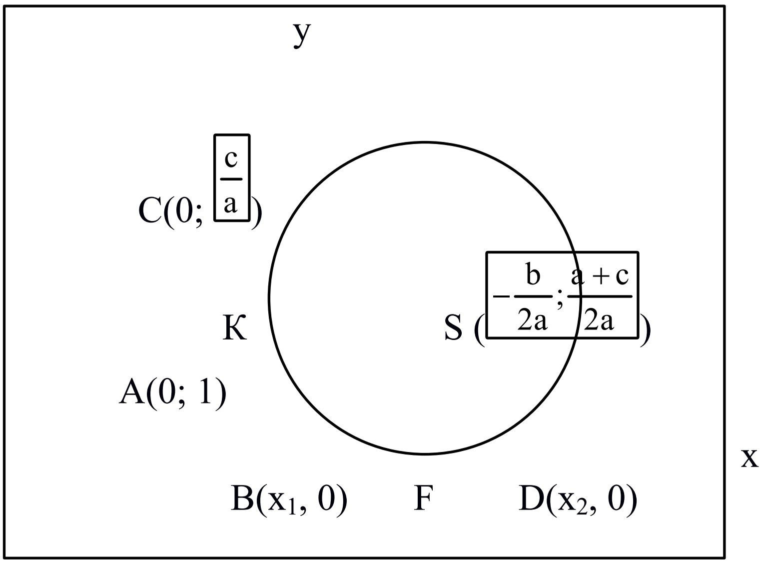
Графический способ решения квадратных уравнений с помощью параболы неудобен. Если строить параболу по точкам, то потребуется много времени, и при этом степень точности получаемых результатов невелика.

Предлагаем следующий способ нахождения корней квадратного уравнения:

$ax^2 + bx + c = 0$ с помощью циркуля и линейки.

Допустим, что искомая окружность пересекает ось абсцисс в точках B $(x_1;0)$ и D $(x_2;0)$, где x_1 и x_2 – корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, и проходит через точки A (0;1) и C $(0;\boxed{\frac{c}{a}})$ на оси ординат. Тогда по теореме о секущих имеем $OB \cdot OD = OA \cdot OC$, откуда

$$OC = \boxed{\frac{OB \cdot OD}{OA} = \frac{x_1 \cdot x_2}{1} = \frac{c}{a}}.$$



Центр окружности находиться в точке пересечения перпендикуляров SF и SK, восстановленных в серединах хорд AC и BD, поэтому

$$SK = \boxed{\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a}},$$

$$SF = \boxed{\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1 + \frac{c}{a}}{2} = \frac{a + c}{2a}}.$$

Итак:

построим точки $S(-\frac{b}{2a};\frac{a+c}{2a})$ (центр окружности) и A (0;1);

проведем окружность с радиусом SA;

абсциссы точек пересечения этой окружности с осью Ox являются корнями квадратного уравнения.

При этом возможны три случая.

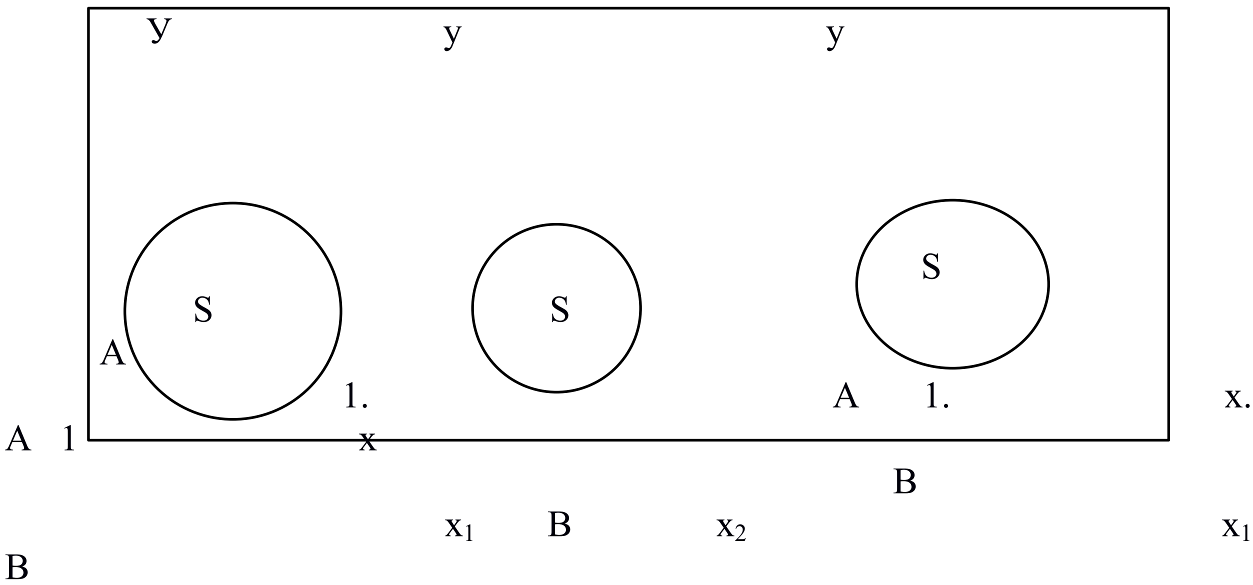
1) Радиус окружности больше ординаты центра ($AS>SK$, или $R>\frac{a+c}{2a}$), окружность пересекает ось Ox в двух точках (рис.а) B (x_1 ; 0) и D (x_2 ;0), где

x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

2) Радиус окружности равен ординате центра ($AS = SB$, или $R = \frac{a+c}{2a}$), окружность касается оси Ox (рис.б) в точке B (x_1 ; 0), где

x_1 – корень квадратного уравнения.

3) Радиус окружности меньше ординаты центра ($AS < SB$, или $R < \frac{a+c}{2a}$), окружность не имеет общих точек с осью абсцисс (рис. в), в этом случае уравнение не имеет решения.



а) б) в)

а) $AS > SB$, или $R > \boxed{\frac{a+c}{2a}}$.

Два решения x_1 и x_2.

б) $AS = SB$, или $R = \boxed{\frac{a+c}{2a}}$.

Одно решение x_1.

в) $AS < SB$, или $R < \boxed{\frac{a+c}{2a}}$.

Нет решения.

● **Примеры**

1.Решим графически уравнение

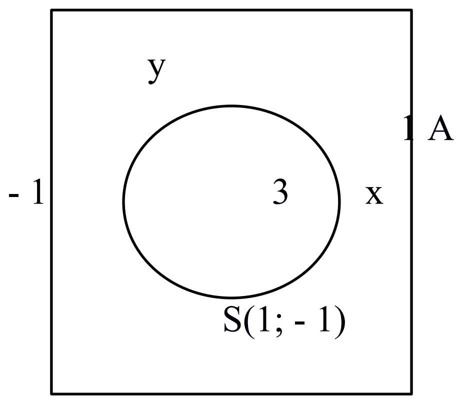
$x^2 - 2x - 3 = 0.$

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\boxed{\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2\cdot 1} = 1,}$$

$$y = \boxed{\frac{a+c}{2a}} = \boxed{\frac{1-3}{2\cdot 1} = -1.}$$

Проведем окружность радиуса SA, где A (0;1).



Ответ: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

2. Решим уравнение

$x^2 - 5x + 4 = 0.$

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

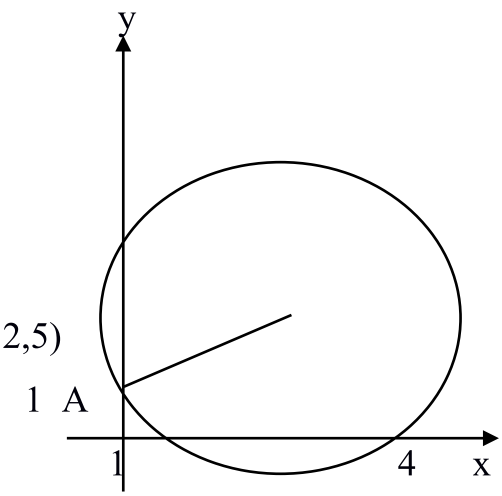
$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2\cdot 1} = 2,5,$$

$$y = \frac{a+c}{2a} = \frac{1+4}{2\cdot 1} = 2,5.$$

Проведем окружность радиуса *A,* где *A* (0;1).

Ответ: $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.

S(2,5; 2,5)



3. Решим уравнение

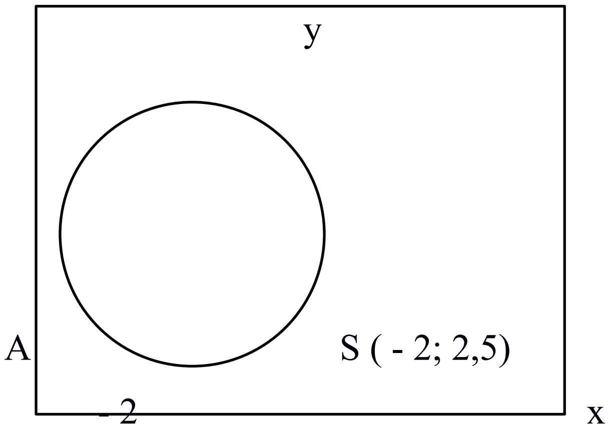
$x^2 + 4x + 4 = 0.$

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2\cdot 1} = -2,$$

$$y = \frac{a+c}{2a} = \frac{1+4}{2\cdot 1} = 2,5.$$

Проведем окружность радиуса *A,* где *A* (0;1).



Ответ: x = – 2 .

4. Решим уравнение

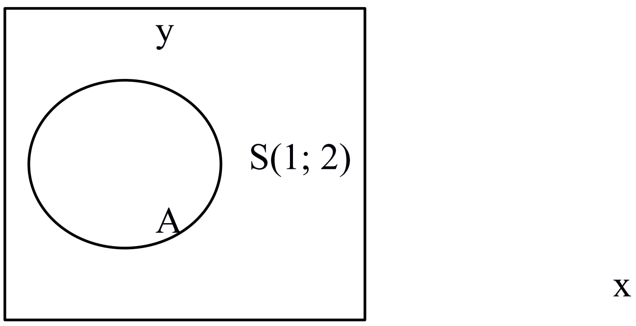
$x^2 - 2x + 3 = 0.$

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2\cdot 1} = 1,$$

$$y = \frac{a+c}{2a} = \frac{3+1}{2\cdot 1} = 2.$$

Проведем окружность радиуса *A,* где *A* (0;1).



Ответ: уравнение не имеет решения.

4.4. Решение квадратных уравнений с помощью номограммы.

Это старый и незаслуженно забытый способ решения квадратных уравнений, помещенный на с.83 (*см. Брадис В.М.* Четырехзначные математические таблицы. – М., Просвещение, 1990).

Таблица XXII. Номограмма для решения уравнения $z^2 + pz + q = 0$. Эта номограмма позволяет, не решая квадратного уравнения, по его коэффициентам определить корни уравнения.

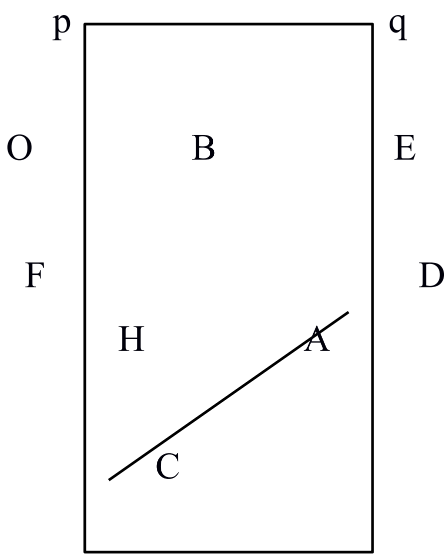
Криволинейная шкала номограммы построена по формулам:

$$OB = \boxed{\frac{a}{1+z}}, \qquad AB = \boxed{\frac{-z^2}{1+z}}.$$

Полагая $OC = p,\ ED = q,\ OE = a$ (все в см), из подобия треугольников CAH и CDF получим пропорцию

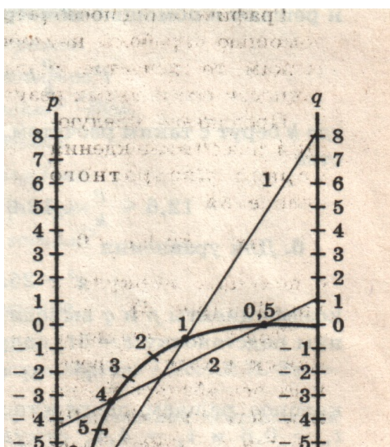
$$\boxed{\frac{p-q}{p-AB} = \frac{a}{OB}},$$

откуда после подстановок и упрощений вытекает уравнение $z^2 + pz + q = 0$, причем буква z означает метку любой точки криволинейной шкалы.



● **Примеры**

1. Для уравнения



$$z^2 - 9z + 8 = 0.$$

Номограмма дает корни

$z_1 = 8,0$ и $z_2 = 1,0$ (рис. 12).

2. Решим с помощью номограммы номограммы уравнение

$$2z^2 - 9z + 2 = 0.$$

Разделим коэффициенты этого уравнения на 2,получим уравнение

$$z^2 - 4,5 + 1 = 0.$$

Номограмма дает корни $z_1 = 4$ и $z_2 = 0,5$.

3. Для уравнения

$$z^2 + 5z - 6 = 0$$

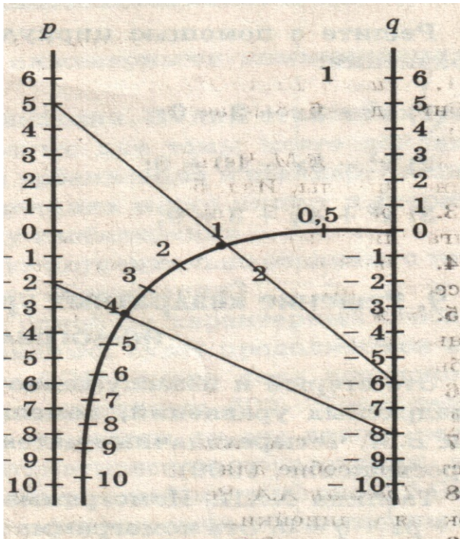
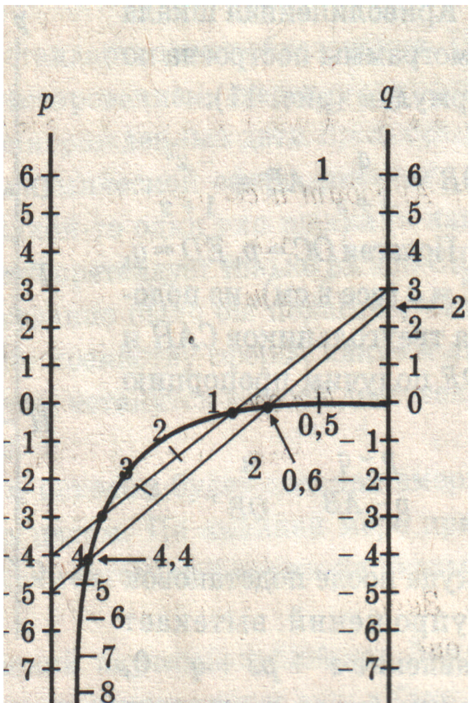


Рис. 13

номограмма дает положительный корень $z_1 = 1,0$, а отрицательный корень находим, вычитая положительный корень из $-p$, т.е. $z_2 = -p - 1 =$ $= -5 - 1 = -6,0$ (рис.13.)

4. Для уравнения

$$z^2 - z - 8 = 0$$



номограмма дает положительный корень $z_1 = 4,0$, отрицательный равен $z_2 = -p - z_1 =$ $= 2 - 4 = -2,0$.

5. Для уравнения

$z^2 + 4z + 3 = 0$, оба корня которого

отрицательные числа, берем

$z_1 = -t$ и находим по номограмме два, 64 положительных корня t_1 и t_2

уравнения $t^2 - 4t + 3 = 0$, это

$t_1 = 1$ и $t_2 = 3$, а затем $z_1 = -t_1 = -1$

и $z_2 = -t_2 = -3$. если коэффициенты

p и q выходят за пределы шкалы, то

выполняют подстановку $z = kt$

и решают с помощью номограммы

уравнение

$$t^2 + \boxed{\frac{p}{k}k + \frac{q}{k^2} = 0,}$$

где k берут с таким расчетом, чтобы имели место неравенства

$$-12{,}6 \le \boxed{\frac{p}{k} \le 12{,}6, -12{,}6 \le \frac{q}{k^2} \le 12{,}6}.$$

6. Для уравнения

$$z^2 - 25z + 66 = 0$$

коэффициенты p и q выходят за пределы шкалы, выполним подстановку

$z = 5t$, получим уравнение

$t^2 - 5t + 2{,}64 = 0$,

которое решаем посредством номограммы и получим

$t_1 = 0{,}6$ и $t_2 = 4{,}4$, откуда $z_1 = 5\,t_1 = 5 \cdot 0{,}6 = 3{,}0$

и $z_2 = 5\,t_2 = 5 \cdot 4{,}4 = 22{,}0$.

Выводы

Способов решения квадратных уравнений очень много. Нужно отметить, что не все они удобны для решения, но каждый из них по-своему уникален. Некоторые способы решения помогают сэкономить время, что немаловажно при решении заданий на контрольных работах и экзаменах.

Решая квадратные уравнения, необходимо помнить, что существуют такие уравнения, для которых некоторые способы не применимы и только усложняют поставленную задачу. У каждого способа есть свои положительные стороны и недостатки, которые представлены в таблице.

Название способа решения квадратных уравнений	Положительные стороны	Недостатки
Решение квадратных уравнений по формуле	Можно применить ко всем квадратным уравнениям.	Нужно выучить формулы, вероятность вычислительной ошибки
Графический метод решения квадратного уравнения	Наглядный способ	Даёт приближённое значение корней
Разложение левой части уравнения на множители	Несложные вычисления, не используются формулы	Не ко всем уравнениям можно применить
Выделение квадрата двучлена	Несложные вычисления, дает возможность найти действительные корни уравнения.	Затратный по времени
Решение уравнений с использованием теоремы Виета	Достаточно легкий и понятный способ при наличии целых корней	Легко находятся только целые корни, решения находятся подбором.
Геометрический способ решения квадратного	Наглядный способ	Затратный по времени, дает возможность найти

уравнения		только положительные корни, применим не ко всем уравнениям
Свойства коэффициентов квадратного уравнения	Не требует особых усилий – корни уравнения не нужно находить по формулам, т.к. они заранее известны	Применим только к квадратным уравнениям особого вида

Использованная литература.

http://www.seznaika.ru/matematika/uravneniya-neravenstva/

https://kopilkaurokov.ru/matematika/prochee/

3.http://www.seznaika.ru/matematika/uravneniya-neravenstva

4.https://ru.wikipedia.org/wiki/

5. http://mirznanii.com/a/313879/10-sposobov-resheniya-kvadratnykh-uravneniy

Алгебра 8 класс: учебник для 8 кл. общеобразоват. учреждений Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И., Суворова С. Б. под ред. С. А. Теляковского 15-е изд., дораб. М.: Просвещение, 2015

7.https://sites.google.com/site/kvadratnyeuravenia/information/svojstva-koefficientov-kvadratnogo-uravnenia