

Методическая разработка урока по дисциплине: Алгебра и начала математического анализа, 10 класс

по теме: «Комбинаторные задачи: перестановки».

Предмет: алгебра и начало анализа

Класс: 10

Учебник: «Алгебра и начало математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни» - С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин, М.Просвещение, 2021г.

Тема урока: Перестановки

Тип урока: изучение нового материала

Цель урока:

- ✓ образовательная: рассмотреть с учащимися один из видов комбинаций – перестановки, сформулировать определение перестановки из n элементов; ознакомить учащихся с формулой подсчета числа всевозможных перестановок из n элементов; научить применять её при решении соответствующих комбинаторных задач;
- ✓ развивающая: способствовать развитию математической речи, интуиции; развивать умение переводить информацию из одного представления в другое; развивать комбинаторное мышление;
- ✓ воспитательная: формировать интерес к предмету; развивать внимание, самостоятельность, аккуратность.

Ведущий метод обучения: словесно-информационный (рассказ), словесно-репродуктивный (опрос), практически-репродуктивный (выполнение заданий), наглядно-иллюстративный (карточки, учебник, раздаточный материал).

Оборудование: учебник, ручка, тетрадь, компьютер, проектор, экран, дидактический материал (карточки-задания).

План урока.

1. Организационный момент (1 мин).
2. Актуализация знаний (1 мин).
3. Проверка домашнего задания (2 мин).
4. Изучение нового материала (15 мин).
5. Закрепление (15 мин).
6. Физкультминутка. Эмоциональная разгрузка (3 мин).
7. Домашнее задание (2 мин).
8. Итоги урока. Рефлексия (1 мин).

Ход урока:

| | |
|--|---|
| 1. Организационный момент (1 мин). | <p>- Здравствуйте, ребята! Садитесь.</p> <p><i>Проверка подготовленности к учебному занятию учащихся, организация внимания детей.</i></p> |
| 2. Актуализация знаний (1 мин). | <p>- С каким разделом математики мы познакомились на прошлом уроке? Чем мы занимались на уроке? Пользуясь каким правилом мы решали комбинаторные задачи? Где вам пригодится решение подобных задач? Кто может сформулировать правило произведения?</p> |
| 3. Проверка домашнего задания (2 мин). | <p>- Открыли тетради. Как справились с домашним заданием? У кого возникли вопросы или трудности при выполнении домашнего задания? Теперь обменялись тетрадями и проверили правильность выполнения домашней работы.</p> |
| 4. Изучение нового материала (15 мин). | <p><i>Сообщение темы и цели урока.</i></p> <p>Ребята, на прошлом уроке мы решали элементарные комбинаторные задачи, связанные с составлением различных соединений (комбинаций) из имеющихся элементов. И целый раздел математики, именуемый КОМБИНАТОРИКОЙ, занят поисками ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или ином случае, как из всех этих комбинаций выбрать наилучшую. Термин “КОМБИНАТОРИКА” происходит от латинского слова “combina”, что в переводе на русский означает – “сочетать”, “соединять”.</p> <p>Было сформулировано правило произведения, упрощающее подсчет числа определенных соединений. Сегодня мы с вами более подробно остановимся на одном из видов комбинаций. Рассмотрим следующие задачи:</p> <p><u>Задача 1:</u> В знаменитой басне Крылова “Квартет” “Проказница мартышка, Осел, Козел да косолапый Мишка” исследовали влияние взаимного расположения музыкантов на качество исполнения. Зададим вопрос: Сколько существует способов, чтобы рассадить четырех музыкантов? По правилу умножения: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ (способа)</p> <p><u>Задача 2:</u> Сколькими способами можно расставить на библиотечном стенде три учебника: по физике (Ф), математике (М) и информатике (И)?</p> <p>- Давайте рассмотрим всевозможные варианты расстановок.</p> <p>Пусть 1-ым будет стоять учебник по физике, тогда возможны такие варианты расстановок: ФМИ, ФИМ</p> <p>Пусть 1-ым будет стоять учебник по математике, тогда возможны такие варианты расстановок: МФИ, МИФ</p> <p>Пусть на 1-ом месте будет стоять учебник по информатике, тогда возможны такие варианты расстановок: ИФМ, ИМФ</p> <p>Таким образом, три учебника на стенде можем расставить шестью способами: $2+2+2=6$ или $3 \cdot 2=6$ по правилу умножения (способов расстановки).</p> <p>Каждая из полученных нами расположений называют перестановкой из трёх элементов. Эту задачу можно решить другим способом, не перебирая все варианты, а как именно это мы сегодня с вами и узнаем.</p> <p>- Откройте тетради, запишите дату и тему урока «Перестановки».</p> <p>Такие комбинации, состоящие из одного и того же количества элементов, отличающиеся только их расположением, называют перестановками. Сформулируем определение.</p> <p>Определение: <u>перестановками</u> из n разных элементов называются соединения, которые состоят из n элементов и отличаются друг от друга только порядком их расположения.</p> <p>Обозначение: P_n, где n-количество элементов, (Читается «Pэ из эн») (P – первая буква франц. слова Permutation – перестановка).</p> |

| | |
|---------------------------------|---|
| | <p>Как же находить число перестановок? Вернёмся к предыдущим задачам.</p> <p>1) $P_4=4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4=24=4!$</p> <p>2) $P_3=3 \cdot 2 \cdot 1=6=3!$</p> <p>Если в перестановках участвует n элементов?</p> <p>$P_n=n \cdot (n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1=n!$, значит</p> <p>Число перестановок из n-элементов вычисляется по формуле: $P_n = n!$</p> <p>n-факториал - это произведение всех натуральных чисел от до единицы до n, обозначают символом «!». Используя знак факториала, можно, например, записать:</p> <p>$1! = 1,$ Необходимо знать, что $0! = 1.$</p> <p>$2! = 2 \cdot 1=2,$</p> <p>$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1=6,$</p> <p>$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=24,$</p> <p>$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120.$</p> <p>.....</p> <p><i>(На экране демонстрируются основные определения, формулы и выводы).</i></p> <p>Интересно, почему факториал обозначают восклицательным знаком? Термин появился в начале XX века. В 1916 году совет Лондонского математического общества рекомендовал принять обозначение $n!$, при этом было рекомендовано его читать так: «n-восхищение». Вообще, многие привычные для нас числа имели раньше странные названия. Например, число 0. Вы знаете, что «nullus» переводится с латинского как «никакой». А в Индии в начале эры ноль называли «шалунья».</p> |
| <p>5. Закрепление (15 мин).</p> | <p><i>Первичная проверка восприятия нового материала.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Прочитайте запись и вычислите: P_6; P_4. 2. Сколько различных правильных (с точки зрения русского языка) фраз можно составить, изменяя порядок слов в предложении «Я пошел гулять»? 3. Работа с учебником: № 1.46 (а-г), № 1.50, № 1.52 – решение упражнений у доски. <p><i>(Задания демонстрируются на экране).</i></p> <p><i>Закрепление изученного материала.</i></p> <p><i>Учащимся выдаются карточки с заданиями и листочки для внесения решений и ответов. Проходит самостоятельная работа.</i></p> <p>Самостоятельная работа по теме: «ПЕРЕСТАНОВКИ».</p> <p>Реши задачи:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Сколькими способами можно рассадить пятерых детей на 5 стульях? 2. Сколько шестизначных чисел, в записи которых каждая цифра используется только один раз, можно составить из цифр 1, 2, 5, 6, 7, 8? 3. Среди 8 книг: 6 различных авторов и двухтомник одного автора, которого не было среди предыдущих 6. Сколькими способами можно расставить книги на полке, чтобы книги одного автора стояли рядом? |

| | |
|---|--|
| 6. Физкультминутка. Эмоциональная разгрузка (3 мин). | Гимнастика для глаз. Игра «Устами младенца». Отвечает то, кто первый поднимет руку. 1. - Это такая штука, в которой что-то не знаешь, а потом вдруг узнаешь. - Не знаю, есть ли у него листья и стебли, но корни у него есть. Может один, а может больше. А у некоторых и корней нет. - Во втором классе они простые, в седьмом – линейные, в восьмом – квадратные, в десятом – тригонометрические. (уравнение) 2. - Это такая кривая, уходящая в бесконечность. - Если взять нитку или верёвку двумя руками так, чтобы она провисла, то, в общем-то, её получим. - Эта красивая кривая – график квадратичной функции. (парабола) 3. - Иногда она происходит в жизни человека, и даже несколько раз. Она может касаться работы, учёбы, места работы. - Особенно её любят ученики, потому что у них они бывают каждый день, причём по нескольку раз. - Звенит звонок и начинается она. (перемена). |
| 7. Домашнее задание (2 мин). | Параграф 1.4 читать (определение, формулы учить) № 1.46 (ж-з), № 1.47 (а,б) – <i>инструктаж по выполнению домашнего задания.</i> |
| 8. Итоги урока. Рефлексия (1 мин). | <i>Выставляются оценки учащимся, проводится анализ их ответов.</i> Что мы сегодня нового узнали на уроке? Чему мы научились на уроке? Достигли ли цели урока? Что понравилось на уроке, что не понравилось? |

ПАМЯТКА.

Приёмы, используемые при решении комбинаторных задач.

«Фиксирование» элементов. Применяется, когда в условии задачи говорится, что один или несколько элементов должны занимать определённые места в формируемой комбинации.

Нужно уменьшить количество исходных элементов на количество фиксированных элементов. Найти количество перестановок нефиксированных элементов. Полученное количество перестановок нефиксированных элементов умножаем на число перестановок «фиксированных» элементов между собой на их местах. В результате получаем требуемое число перестановок.

Например: Сколько различных 4^x -значных чисел, начинающихся с двух нечётных цифр, можно составить из цифр 1,2,3,4,6,8 (цифры в числе не повторяются)?

Исходное множество содержит 6 цифр, из которых только 2 нечётных. Эти две цифры должны стоять в двух старших разрядах составляемого числа. На два остающихся места могут быть выбраны любые 2 из остающихся 4 цифр; количество способов равно $4 \cdot 3 = 12$. Две первые нечётные цифры могут быть переставлены 2 способами (13 и 31), поэтому общее количество 4^x -значных чисел равно $2 \cdot 12 = 24$. Ответ: 24 числа.

«Склеивание» элементов. Применяется, когда в задаче требуется, чтобы 2 или более элементов в составляемой комбинации всегда стояли рядом. Все эти элементы будем рассматривать как один элемент («склеенный»).

Нужно уменьшить количество исходных элементов на количество «склеенных» элементов. Найти количество перестановок оставшихся элементов на оставшихся местах. Полученное количество перестановок умножаем на число перестановок «склеенных» элементов между собой на их местах. В результате получаем требуемое число перестановок.

Например: Сколькими способами можно расставить на полке 8 книг, среди которых 2 книги одного автора, которые при любых перестановках должны стоять рядом?

Условно будем считать 2 книги одного автора единой книгой («склеены»). Тогда количество способов расстановки условных 7 книг на полке будет равно числу перестановок из 7 элементов: $P_7=7! = 5040$.

Количество перестановок «склеенных» элементов – 2. Поэтому $5040 \cdot 2 = 10080$ — общее число способов расстановки книг на одной полке. Ответ: 10080 способами.