

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Эйикская средняя общеобразовательная школа»  
Оленекский эвенкийский национальный район

## **ЕГЭ -2020 математика**

Задание 20

(базовый уровень)

**Задачи на смекалку с подробными решениями**

Учитель математики с первой категорией

Семенова Фекла Ефремовна

МБОУ «Эйикская средняя общеобразовательная школа»

Оленекский эвенкийский национальный район

Эйик, 2020 год.

**Пояснительная**

Чтобы решить задачу из задания 20 по математике базового уровня следует:

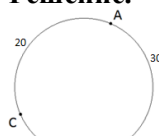
1. Проанализировать условие.
2. Выбрать соответствующие законы математики.
3. Оптимальный путь решения.

В данной разработке приведены несколько задач с подробными решениями.

Универсального способа решения всех видов задач подобного типа нет, каждая из них решается своим способом.

Данным материалом может пользоваться и ученик, и учитель при подготовке к ЕГЭ 2020 года.

### Задачи на смекалку

№	Задачи
1	<p>На палке отмечены поперечные линии красного, жёлтого и зелёного цвета. Если распилить палку по красным линиям, получится 15 кусков, если по жёлтым — 5 кусков, а если по зелёным — 7 кусков. Сколько кусков получится, если распилить палку по линиям всех трёх цветов?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Если распилить палку по красным линиям, то получится 15 кусков, следовательно, линий — 14. Если распилить палку по жёлтым — 5 кусков, следовательно, линий — 4. Если распилить по зелёным — 7 кусков, линий — 6. Всего линий: <math>14 + 4 + 6 = 24</math> линии, следовательно, кусков будет 25.</p>
2	<p>В корзине лежит 40 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 17 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 25 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Груздей максимум 16 (иначе можно было бы взять 17 груздей и условие бы не выполнилось). Рыжиков максимум 24 (иначе можно было бы взять 25 груздей в нарушение условия). Известно, что в корзине всего 40 грибов. Поэтому груздей ровно 16, а рыжиков ровно 24.</p> <p>Ответ: 24.</p>
3	<p>На поверхности глобуса фломастером проведены 12 параллелей и 22 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?</p> <p>Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. Параллель — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Двенадцать параллелей разделили глобус на 13 частей, следовательно, <math>13 \cdot 22 = 286</math> — на столько частей разделят глобус 12 параллелей и 22 меридиана.</p> <p>Ответ: 286.</p>
4	<p>На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, В, С и D. Расстояние между А и В — 35 км, между А и С — 20 км, между С и D — 20 км, между D и А — 30 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). Найдите расстояние между В и С. Ответ дайте в километрах.</p> <p><b>Решение.</b></p>  <p>Расположим А, В, С, D вдоль кольцевой дороги по очереди так, чтобы расстояния соответствовали данным в условии. Всё хорошо, кроме расстояния между D и А. Чтобы оно было таким, каким нужно, подвинем D и поставим между В и А нужным образом. Тогда между В и С будет 15 км.</p> <p>Ответ: 15.</p>
5	<p>В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) за 3 золотых монеты получить 4 серебряных и одну медную;</li> </ol>

	<p>2) за 6 серебряных монет получить 4 золотых и одну медную.</p> <p>У Николы были только серебряные монеты. После посещения обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 35 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николы?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Пусть Никола сделал сначала <math>x</math> операций второго типа, а затем <math>y</math> операций первого типа. Тогда имеем:</p> $\begin{cases} 4x - 3y = 0, & \text{количество золотых монет не изменилось,} \\ x + y = 35, & \text{медных стало на 35 больше.} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ y = 20. \end{cases}$ <p>Тогда серебряных монет стало на <math>4y - 6x = 80 - 90 = -10</math> больше, то есть на 10 меньше.</p>
6	<p>Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Поскольку в первых 7 подъездах не меньше 462 квартир, в каждом подъезде не меньше <math>462 : 7 = 66</math> квартир. Следовательно, на каждом из 7 этажей в подъезде не меньше 9 квартир.</p> <p>Пусть на каждой лестничной площадке по 9 квартир. Тогда в первых семи подъездах всего <math>9 \cdot 7 \cdot 7 = 441</math> квартир, и квартира 462 окажется в восьмом подъезде, что противоречит условию.</p> <p>Пусть на каждой площадке по 10 квартир. Тогда в первых семи подъездах <math>10 \cdot 7 \cdot 7 = 490</math> квартир, а в первых шести — 420. Следовательно, квартира 462 находится в седьмом подъезде. Она в нём 42-ая по счету, поскольку на этаже по 10 квартир, она расположена на пятом этаже.</p> <p>Если бы на каждой площадке было по 11 квартир, то в первых шести подъездах оказалось бы <math>11 \cdot 7 \cdot 6 = 462</math> квартиры, то есть 462 квартира в шестом подъезде, что противоречит условию.</p> <p>Тем самым, Саша живёт на пятом этаже.</p> <p>Ответ: 5.</p>
7	<p>Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Число квартир, этажей и подъездов может быть только целым числом. Заметим, что число 110 делится на 2, 5 и 11. Следовательно, в доме должно быть 2 подъезда, 5 квартир и 11 этажей.</p> <p>Ответ: 11.</p>
8	<p>Кузнечик прыгает вдоль координатной прямой в любом направлении на единичный отрезок за прыжок. Сколько существует различных точек на координатной прямой, в которых кузнечик может оказаться, сделав ровно 6 прыжков, начиная прыгать из начала координат?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Заметим, что кузнечик может оказаться только в точках с чётными координатами, поскольку число прыжков, которое он делает, — чётно. Максимально кузнечик может оказаться в точках, модуль которых не превышает шести. Таким образом, кузнечик может оказаться в точках: <math>-6, -4, -2, 0, 2, 4</math> и <math>6</math>; всего 7 точек.</p> <p>Ответ: 7.</p>
9	<p>Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 3 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>За день улитка заползёт на 4 метра, а за ночь — сползёт на 3 метра. Итого за сутки она заползёт на метр. За шестеро суток она поднимется на высоту шести метров. И днём следующего, седьмого, дня она окажется на вершине дерева.</p>
10	<p>Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр — на 1300 рублей больше,</p>

	<p>чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Последовательность цен за метр — арифметическая прогрессия с первым членом <math>a_1 = 4200</math> и разностью <math>d = 1300</math>. Сумма первых <math>n</math> членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле <math>S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n</math>. В нашем случае имеем:</p> $S_{11} = \frac{2 \cdot 4200 + 10 \cdot 1300}{2} \cdot 11 = 117700.$ <p>Тем самым, цена работы составляет 117 700 руб.</p> <p>Ответ: 117 700.</p>
11	<p>Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 10 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 42 очка, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Пусть ученик дал <math>x</math> правильных ответов, <math>y</math> неправильных ответов (<math>y \geq 1</math>) и на <math>z</math> вопросов не ответил. Тогда</p> $x + y + z = 25.$ <p>За каждый правильный ответ он получал 7, за неправильный (-10), за неосвещенный вопрос — 0 очков. Поэтому:</p> $7x - 10y + 0z = 42.$ <p>Отсюда имеем: <math>10y = 7x - 42 = 7(x - 6)</math>.</p> <p>Так как число <math>7(x - 6)</math> делится на 7, то и <math>10y</math> делится на 7. Рассмотрим два случая.</p> <p>Если <math>y = 7</math>, тогда <math>x - 6 = 10</math>, то есть <math>x = 6 + 10 = 16</math>. Тогда из первого уравнения:</p> $z = 25 - x - y = 25 - 16 - 7 = 2.$ <p>Если <math>y = 14</math>, тогда <math>7(x - 6) = 140</math>, то есть количество правильно отвеченных вопросов <math>x = 20 + 6 = 26 &gt; 25</math>. Это противоречит условию задачи.</p> <p>Таким образом, ученик правильно ответил на 16 вопросов.</p> <p>Ответ: 16</p>
12	<p>Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Введём обозначения, как показано на рисунке. Периметр верхнего левого прямоугольника равна 24, поэтому <math>2(a + c) = 24</math>, аналогично, <math>2(a + d) = 28</math>, <math>2(b + d) = 16</math>. При помощи полученной системы уравнений выразим значение <math>b + c</math>:</p> $\begin{cases} a + c = 12, \\ a + d = 14, \\ b + d = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 - c, \\ d = 14 - a, \\ b + d = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 - c, \\ d = 2 + c, \\ b + c + 2 = 8. \end{cases}$ <p>Из третьего уравнения получаем: <math>b + c = 6</math>, следовательно, искомый периметр равен 12.</p> <p>Ответ: 12.</p>
13	<p>Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Площади трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 18, 15 и 20. Найдите площадь четвёртого прямоугольника.</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Введём обозначения, как показано на рисунке. Площадь верхнего левого прямоугольника равна 18, поэтому <math>a \cdot c = 18</math>, аналогично, <math>c \cdot b = 15</math>, <math>d \cdot b = 20</math>. При помощи полученной системы уравнений выразим значение <math>a \cdot d</math>:</p>

$$\begin{cases} a \cdot c = 18, \\ c \cdot b = 15, \\ d \cdot b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{18}{c}, \\ b = \frac{15}{c}, \\ d \cdot \frac{15}{c} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = \frac{20c}{15}, \\ a = \frac{18}{c}, \\ a \cdot d = \frac{20 \cdot c \cdot 18}{15 \cdot c} = 24. \end{cases}$$

Из третьего уравнения получаем:  $a \cdot d = 24$ , следовательно, искомая площадь равна 24.  
 Ответ: 24.

14 Про натуральные числа  $A$ ,  $B$  и  $C$  известно, что каждое из них больше 6, но меньше 10. Загадали натуральное число, затем его умножили на  $A$ , потом прибавили к полученному произведению  $B$  и вычли  $C$ . Получилось 186. Какое число было загадано?

**Решение.**

Числа  $A$ ,  $B$  и  $C$  могут быть равны 7, 8 или 9.

Пусть загадали натуральное число  $X$ , тогда  $X \cdot A + B - C = 186$  или  $X \cdot A = 186 + (C - B)$ . Рассмотрим различные случаи.

1)  $C - B = 0$  ( $7 - 7 = 0$ ,  $8 - 8 = 0$  или  $9 - 9 = 0$ ), тогда  $X \cdot A = 186$ . Число 186 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

2)  $C - B = 1$  ( $8 - 7 = 1$  или  $9 - 8 = 1$ ), тогда  $X \cdot A = 187$ . Число 187 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

3)  $C - B = -1$  ( $7 - 8 = -1$  или  $8 - 9 = -1$ ), тогда  $X \cdot A = 185$ . Число 185 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

4)  $C - B = 2$  ( $9 - 7 = 2$ ), тогда  $X \cdot A = 188$ . Число 188 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.

5)  $C - B = -2$  ( $7 - 9 = -2$ ), тогда  $X \cdot A = 184$ . Число 184 делится нацело на  $A = 8$ , значит,  $X = 23$ .

Ответ: 23.

15 В магазине квас на разлив можно купить в бутылках, причём стоимость кваса в бутылке складывается из стоимости самой бутылки и кваса, налитого в неё. Цена бутылки не зависит от её объёма. Бутылка кваса объёмом 1 литр стоит 36 рублей, объёмом 2 литра — 66 рублей. Сколько рублей будет стоить бутылка кваса объёмом 1,5 литра?

**Решение.**

Пусть стоимость бутылки  $x$ , стоимость кваса за литр  $y$ . Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 36, \\ x + 2y = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 30. \end{cases}$$

Тогда бутылка кваса объёмом 1,5 литра будет стоить  $6 + 30 \cdot 1,5 = 51$  рубль.

Ответ: 51.

16 Клетки таблицы  $6 \times 6$  раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 30 пар соседних клеток разного цвета и 16 пар соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько пар соседних клеток белого цвета?

**Решение.**

Угловые клетки имеют по 2 соседа, таких клеток в таблице 4, значит, всего пар  $2 \cdot 4 = 8$ . Крайние клетки (не угловые) имеют по 3 пары, таких клеток 16, значит, всего пар  $16 \cdot 3 = 48$ . Все остальные клетки имеют по 4 пары, таких клеток  $36 - 4 - 16 = 16$ , то есть 64 пары. Всего имеем пар  $8 + 48 + 64 = 120$ . В приведенных расчетах все пары взяты дважды (так как учитывались все клетки). Таким образом, уникальных пар  $120 : 2 = 60$ . Поэтому пар белого цвета  $60 - 30 - 16 = 14$ .

Ответ: 14.

17 Десять столбов соединены между собой проводами так, что от каждого столба отходит ровно 4 провода. Сколько всего проводов протянуто между этими десятью столбами?

**Решение.**

	<p>От каждого столба отходит по 4 провода, следовательно, всего будет <math>10 \cdot 4 = 40</math> соединений. Заметим, что каждые два столба связаны одни проводом, поэтому между этими десятью столбами</p> $\frac{40}{2} = 20$ <p>будет протянуто всего 20 проводов.          Ответ: 20.</p>
18	<p>Из книги выпало несколько идущих подряд листов. Номер последней страницы перед выпавшими листами — 328, номер первой страницы после выпавших листов записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Из числа 328 можно составить числа 382, 238, 283, 832, 823. Числа 238 и 283 не подходят, поскольку они меньше числа 328. Номер первой страницы после выпавших листов должен быть нечётным, поскольку номер последней страницы перед выпавшими листами чётный. Следовательно, нам подходит только число 823. Вычтем из числа 823 одну страницу, поскольку страница 823 не выпала, а является первой страницей после выпавших листов. Теперь можно найти</p> $\frac{823 - 1 - 328}{2} = 247.$ <p>количество выпавших листов:          Ответ: 247</p>
19	<p>Миша, Коля и Лёша играют в настольный теннис: игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что Миша сыграл 10 партий, а Коля — 21. Сколько партий сыграл Лёша?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Больше всех партий сыграл Коля, следовательно, было сыграно не менее 21 партии. В одной из первых двух партий должен был участвовать Миша, значит, было сыграно не более <math>2 \cdot 10 + 1 = 21</math> партии. Значит, Коля участвовал в каждой сыгранной партии. Таким образом, Лёша сыграл <math>21 - 10 = 11</math> партий.          Ответ: 11.</p>
20	<p>На ленте по разные стороны от середины отмечены две тонкие поперечные полоски: синяя и красная. Если разрезать ленту по красной полоске, то одна часть будет на 30 см длиннее другой. Если разрезать ленту по синей полоске, то одна часть будет на 50 см длиннее другой. Найдите расстояние (в сантиметрах) между красной и синей полосками.</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Обозначим через <math>x</math> расстояние от начала ленты до синей полоски, через <math>y</math> — расстояние от синей полоски до красной полоски, через <math>z</math> — от красной полоски до конца ленты. Из условия, что если разрезать ленту по красной полоске, то одна часть будет на 30 см длиннее другой получим уравнение <math>x + y - z = 30</math>. Из условия что если разрезать ленту по синей полоске, то одна часть будет на 50 см длиннее другой получим уравнение <math>y + z - x = 50</math>. Решим систему уравнений:</p> $\begin{cases} x + y - z = 30, \\ y + z - x = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - z = 30, \\ -x + y + z = 50 \end{cases} \Leftrightarrow -x + x + y + y - z + z = 30 + 50 \Leftrightarrow 2y = 80 \Leftrightarrow y = 40.$ <p>Следовательно, расстояние между красной и синей полосками равно 40 см.          Ответ: 40.</p>
21	<p>. В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы вписали по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 72, во втором — 81, в третьем — 91, а сумма чисел в каждой строке больше 13, но меньше 16. Сколько всего строк в таблице?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Сумма всех чисел в таблице равна <math>72 + 81 + 91 = 244</math>. Сумма чисел в каждой строке может быть равна 14 или 15. В таблице не может быть больше, чем <math>\frac{244}{14} = 17\frac{6}{14} = 17\frac{3}{7}</math> строк. И не может быть меньше <math>\frac{244}{15} = 16\frac{4}{15}</math> строк. Следовательно, в таблице ровно 17 строк.</p>

	<p>Ответ: 17.</p>
22	<p>Взяли несколько досок и распилили их. Всего сделали 11 поперечных распилов, в итоге получилось 16 кусков. Сколько досок взяли?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Каждый поперечный распил добавляет один кусок к уже имеющимся, следовательно, изначально было <math>16 - 11 = 5</math> досок.</p> <p>Ответ: 5.</p>
23	<p>В конце четверти Петя выписал подряд все свои отметки по одному из предметов, их оказалось 5, и поставил между некоторыми из них знаки умножения. Произведение получившихся чисел оказалось равным 690. Какая отметка выходит у Пети в четверти по этому предмету, если учитель ставит только отметки «2», «3», «4» или «5» и итоговая отметка в четверти является средним арифметическим всех текущих отметок, округлённая по правилам округления? (Например, 3,2 округляется до 3; 4,5 — до 5; а 2,8 — до 3.)</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Разложим число 690 на множители так, чтобы получившиеся множители состояли только из чисел 2, 3, 4, 5, и общее количество цифр в произведении было равно пяти: <math>690 = 2 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 3</math>. Следовательно, учитель поставил Пете отметки 2, 5, 2, 3 и 3. Среднее арифметическое этих оценок: <math>\frac{2+5+2+3+3}{5} = 3</math>.</p> <p>Ответ: 3.</p>
24	<p>В доме всего пятнадцать квартир с номерами от 1 до 15. В каждой квартире живёт не менее одного и не более трёх человек. В квартирах с 1-й по 12-ю включительно живёт суммарно 14 человек, а в квартирах с 11-й по 15-ю включительно живёт суммарно 13 человек. Сколько всего человек живёт в этом доме?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>В квартире могут жить один, два или три человека. В квартирах с 1-й по 12-ю включительно живёт суммарно 14 человек, следовательно, в 10 квартирах живёт по одному человеку, а в оставшихся двух квартирах живёт суммарно 4 человека. В квартирах с 11-й по 15-ю включительно живёт суммарно 13 человек, следовательно, в трёх квартирах живёт по три человека, а в оставшихся двух живёт суммарно 4 человека. Рассмотренные множества квартир пересекаются по квартирам 11 и 12, значит, именно в квартирах 11 и 12 в сумме живёт 4 человека. Таким образом, получаем, что всего в доме живёт <math>10 \cdot 1 + 4 + 3 \cdot 3 = 23</math> человек.</p> <p>Ответ: 23.</p>
25	<p>Из десяти стран четыре подписали договор о дружбе ровно с пятью другими странами, а каждая из оставшихся шести — ровно с тремя. Сколько всего было подписано договоров?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Четыре страны поставили <math>4 \cdot 5 = 20</math> подписей. А оставшиеся шесть стран поставили <math>6 \cdot 3 = 18</math> подписей. Ясно, что договоров в два раза меньше, чем общее количество подписей, то есть всего было подписано <math>(20 + 18)/2 = 19</math> договоров.</p> <p>Ответ: 19.</p>
26	<p>Среднее арифметическое шести различных натуральных чисел равно 8. Среднее арифметическое этих чисел и седьмого числа равно 9. Чему равно седьмое число?</p> <p><b>Решение.</b></p> <p>Сумма первых шести чисел равна <math>S_6 = 6 \cdot 8 = 48</math>. Запишем выражение для среднего арифметического семи чисел: <math>\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_6 + a_7}{7} = \frac{S_6 + a_7}{7} = 9</math>. Откуда <math>a_7 = 9 \cdot 7 - 48 = 15</math>.</p> <p>Ответ: 15.</p>

27	<p>Петя меняет маленькие фишки на большие. За один обмен он получает 3 большие фишки, отдав 10 маленьких. До обменов у Пети было 100 фишек (среди них были и большие, и маленькие), а после стало 65. Сколько обменов он совершил?</p> <p><b>Решение.</b> За один обмен количество фишек у Пети уменьшается на <math>10 - 3 = 7</math> штук. Следовательно, Петя совершил <math>(100 - 65)/7 = 5</math> обменов.</p> <p>Ответ: 5</p>
28	<p>Маша и Медведь съели 120 печений и банку варенья, начав и закончив одновременно. Сначала Маша ела варенье, а Медведь — печенье, но в какой-то момент они поменялись. Медведь и то и другое ест в три раза быстрее Маши. Сколько печений съел Медведь, если варенья они съели поровну?</p> <p><b>Решение.</b> Маша и Медведь съели варенья поровну, следовательно, Маша потратила на поедание варенья в три раза больше времени, чем Медведь. Всё то время пока Маша ела варенье, Медведь ел печенье, причём в три раза быстрее, чем ест печенье Маша, то есть Медведь съел в <math>3 \cdot 3 = 9</math> раз больше печенья. Пусть <math>x</math> — количество печений, которое съела Маша, тогда получаем уравнение: <math>x + 9x = 120</math>, откуда <math>x = 12</math>. Значит, Медведь съел <math>12 \cdot 9 = 108</math> печений.</p> <p>Ответ: 108.</p>
29	<p>На прилавке цветочного магазина стоят 3 вазы с розами: белая, синяя и красная. Слева от красной вазы 15 роз, справа от синей вазы 12 роз. Всего в вазах 22 розы. Сколько роз в белой вазе?</p> <p><b>Решение.</b> Выясним относительное расположение ваз с розами. Будем обозначать положение вазы соответствующей буквой. Если вазы расположены в порядке Б–С–К, то получится, что в белой и синей вазах в сумме 15 роз, в красной 12 роз, то есть в сумме 27 роз, что противоречит условию задачи. Если вазы располагаются в порядке Б–К–С получаем аналогичное противоречие. Порядок К–Б–С невозможен, потому что тогда справа от синей вазы и слева от красной вазы нет роз. Непротиворечивое расположение ваз: С–Б–К. Будем также обозначать количество роз в вазе соответствующей буквой. Тогда получим систему уравнений:</p> $\begin{cases} C + B = 15, \\ B + K = 12, \\ C + B + K = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 5, \\ C = 10, \\ K = 7. \end{cases}$ <p>Таким образом, в белой вазе 5 роз.</p> <p>Ответ: 5.</p>
30	<p>Три луча, выходящие из одной точки, разбивают плоскость на 3 разных угла, измеряемых целым числом градусов. Наибольший угол в 2 раза больше наименьшего. Сколько значений может принимать величина среднего угла?</p> <p><b>Решение.</b> Пусть <math>\alpha</math> — величина наименьшего угла, <math>\beta</math> — величина среднего угла, тогда <math>2\alpha</math> — величина наибольшего угла. Полный угол равен <math>360^\circ</math>, следовательно, <math>\alpha + \beta + 2\alpha = 360^\circ</math>, откуда <math>\beta = 360^\circ - 3\alpha</math>. Средний угол должен быть больше меньшего угла и меньше большего, то есть:</p> $\begin{cases} \beta > \alpha, \\ \beta < 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 360^\circ - 3\alpha > \alpha, \\ 360^\circ - 3\alpha < 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha < 90^\circ, \\ \alpha > 72^\circ. \end{cases}$ <p>Угол <math>\beta</math> — принимает только значения, измеряемые целым числом градусов, поэтому угол <math>\beta</math> может принимать <math>90 - 72 - 1 = 17</math> значений.</p> <p>Ответ: 17.</p>



31

. Если бы каждый из двух множителей увеличили на 1, их произведение увеличилось бы на 11. На сколько увеличится произведение этих множителей, если каждый из них увеличить на 2?

**Решение.**

Пусть  $a$ ,  $b$  — соответственно первое и второе число. При увеличении каждого из множителей на 1 их произведение увеличивается на 11:

$$(a + 1)(b + 1) = ab + 11 \Leftrightarrow ab + a + b + 1 = ab + 11 \Leftrightarrow a + b = 10.$$

Найдём на сколько увеличится произведение этих множителей при увеличении каждого из них на 2:

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = ab + 24.$$

Таким образом, при увеличении каждого из множителей на 2, их произведение увеличивается на 24.

Ответ: 24.