

**Бойко Наталия Николаевна-учитель математики
МОУ СОШ 7 им. И.А. Кобеляцкого
Чульман/Нерюнгринский
«СИСТЕМА УСТНЫХ
УПРАЖНЕНИЙ ПО ГЕОМЕТРИИ
ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ГИА»**

**МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА: «СИСТЕМА УСТНЫХ УПРАЖНЕНИЙ ПО
ГЕОМЕТРИИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ГИА»**

Введение

Государственная итоговая аттестация (ГИА) по образовательным программам основного общего образования, в частности ОГЭ по математике, является важным этапом в образовательной траектории выпускников 9 классов. Геометрический блок экзамена требует от обучающихся не только владения теоретическими знаниями, но и умения применять их в решении разнообразных задач, часто требующих быстрой ориентации, логического мышления и уверенного владения базовыми понятиями. Устные упражнения, традиционно занимающие важное место в методике преподавания математики, играют особую роль в подготовке к ГИА по геометрии. Они позволяют систематизировать знания, развивать вычислительные навыки, тренировать память, способствуют формированию интуитивного понимания геометрических свойств и отношений, а так же значительно ускоряют процесс решения задач, что критически важно в условиях экзамена. Данная методическая разработка посвящена созданию и обоснованию системы устных упражнений по геометрии, направленной на эффективную подготовку обучающихся к ГИА.

Цель методической разработки:

Разработать и обосновать систему устных упражнений по геометрии, способствующую систематизации знаний, развитию вычислительных навыков, логического мышления и формированию практических умений, необходимых для успешной сдачи ГИА по математике.

Задачи:

1. Проанализировать содержание раздела «Геометрия» в кодификаторе ОГЭ и ЕГЭ, выделив ключевые темы и понятия, требующие устной отработки.

2. Обосновать дидактическую ценность устных упражнений в контексте подготовки к ГИА по геометрии.
3. Разработать и систематизировать примеры устных упражнений по основным разделам геометрии (планиметрия и стереометрия).
4. Предложить методические рекомендации по организации и проведению устных упражнений на уроках и во внеурочной деятельности.
5. Обозначить критерии эффективности применения данной системы

Дидактическая ценность устных упражнений при подготовке к ГИА по геометрии

Устные упражнения, будучи одним из старейших и проверенных методов обучения, обладают рядом преимуществ, особенно актуальных при подготовке к экзаменам:

- **Систематизация и актуализация знаний:** Регулярное повторение и применение основных формул, определений, теорем в устной форме способствует их прочному усвоению и быстрому доступу к ним в условиях экзамена.
- **Развитие вычислительных навыков:** Многие геометрические задачи предполагают выполнение устных вычислений. Тренировка в этой области позволяет экономить время и снижает вероятность арифметических ошибок.
- **Формирование интуитивного понимания:** Устные упражнения часто связаны с визуализацией и пространственным воображением, что способствует формированию геометрической интуиции.
- **Развитие логического мышления:** Многие задачи требуют не только знания формул, но и умения логически рассуждать, находить неочевидные связи.
- **Ускорение процесса решения задач:** Уверенное владение устными приемами решения типовых задач сокращает время, затрачиваемое на экзамене, позволяя сосредоточиться на более сложных заданиях.
- **Снижение уровня стресса:** Привычка к устной работе и уверенное владение базовыми навыками снижают тревожность во время экзамена.
- **Диагностическая функция:** Устные упражнения позволяют учителю быстро оценить уровень усвоения материала учащимися, выявить пробелы в знаниях.

Основные тематические блоки геометрии ГИА и их устная проработка

Для эффективной подготовки к ГИА необходимо охватить весь спектр геометрических тем, представленных в кодификаторе. Особое внимание следует уделить тем, которые поддаются устной проверке и отработке:

I. Планиметрия:

1. Основные геометрические фигуры и их свойства:

- Точка, прямая, луч, отрезок, угол(виды углов, измерение углов).
- Треугольники (виды, свойства углов и сторон, признаки равенства треугольников).

- Четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб, трапеция—свойства сторон, углов, диагоналей).
- Окружность и круг(радиус ,диаметр, хорда, касательная, центральный и вписанный углы, длина окружности, площадь круга).

2. Площади фигур:

- Площадь треугольника (основная формула, формула Герона – для устных расчетов, если позволяет контекст).
- Площадь четырехугольников (прямоугольник, квадрат, ромб, трапеция).
- Площадь круга.

3. Геометрические преобразования:

- Параллельный перенос, поворот, симметрия(основные свойства).

4. Координаты на плоскости:

- Расстояние между точками.
- Уравнение прямой, окружности(основные виды).

5. Векторы на плоскости (элементарные понятия):

- Координаты вектора, длина вектора, сумма и разность векторов (устно, для простейших случаев).

II. Стереометрия:

1. Основные геометрические тела:

- Призма (прямая, наклонная; виды оснований – треугольная, четырехугольная, куб, параллелепипед).
- Пирамида (правильная, произвольная).
- Цилиндр, конус, шар.

2. Свойства геометрических тел:

- Ребра, вершины, грани, диагонали.
- Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.
- Углы между прямой и плоскостью, между плоскостями.

3. Объемы и площади поверхностей:

- Объем прямой призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.
- Площадь полной и боковой поверхности призмы, пирамиды, цилиндра, конуса.

Система устных упражнений по геометрии

Система устных упражнений должна быть построена по принципу «от простого к сложному», охватывать все ключевые темы и учитывать различные типы заданий, встречающихся в ОГЭ.

I. Упражнения на знание определений и свойств:

- **Цель:** Формирование точного понимания геометрических терминов и их свойств.
- **Формат:** Вопрос-ответ, «верно/неверно», «закончи предложение».
- **Примеры:**
 - «Что называется углом?»
 - «Верно ли, что все стороны квадрата равны?»
 - «Продолжи: «Все углы прямоугольника равны...»»
 - «Какой четырехугольник называется трапецией?»
 - «Что такое радиус окружности?»
 - «Верно ли, что в равностороннем треугольнике все углы равны 60 градусам?»
 - «Что такое высота пирамиды?»
 - «Верно ли, что объем шара вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$?»

II. Упражнения на устные вычисления и применение формул:

- **Цель:** Развитие вычислительных навыков, навыков применения основных формул площадей и объемов.
- **Формат:** Решение задач с числовыми данными, требующими устного расчета.
- **Примеры:**
 - **Планиметрия:**
 - «Найдите площадь прямоугольника со сторонами 5 см и 8 см.» (40 кв. см)
 - «Сторона квадрата равна 6 м. Чему равна его площадь?» (36 кв. м)
 - «Найдите периметр равностороннего треугольника со стороной 7 см.» (21 см)
 - «Найдите площадь прямоугольного треугольника с катетами 4 см и 5 см.» (10 кв. см)
 - «Радиус окружности равен 3 см. Чему равна его длина?» (6π см)
 - «Найдите площадь круга, если его радиус равен 2 дм.» (4π кв. дм)

- «Диагональ квадрата равна $5\sqrt{2}$ см. Чему равна его сторона?» (5 см)
- «Основания трапеции равны 6 см и 10 см, высота—4 см. Найдите площадь трапеции.» $((6+10)/2 \cdot 4 = 32$ кв. см)
- «Две стороны треугольника равны 7 см и 8 см, а угол между ними равен 90 градусам. Найдите площадь треугольника.» $(7 \cdot 8 / 2 = 28$ кв. см)
- «Основание равнобедренной трапеции равны 5 см и 9 см, боковая сторона—3 см. Чему равен периметр?» $(5+9+3+3 = 20$ см)
- **Стереометрия:**
 - «Сторона куба равна 2 см. Чему равен его объем?» (8 куб. см)
 - «Найдите площадь одной грани куба со стороной 4 см.» (16 кв. см)
 - «Радиус основания цилиндра равен 3 см, высота – 5 см. Найдите площадь боковой поверхности.» $(2\pi rh = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$ кв. см)
 - «Найдите объем цилиндра, если радиус основания равен 2 см, а высота—10 см.» $(\pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 10 = 40\pi$ куб. см)
 - «Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 6, а его измерения равны 2, 3, 4. Верно ли это?» $(d^2 = a^2 + b^2 + c^2; 6^2 = 36; 2^2 + 3^2 + 4^2 = 4 + 9 + 16 = 29$. Неверно.)
 - «Высота конуса равна 4, радиус основания—3. Чему равна образующая?» $(l = \sqrt{(h^2 + R^2)} = \sqrt{(4^2 + 3^2)} = \sqrt{25} = 5$)
 - «Найдите объем пирамиды, если площадь основания равна 15 кв. см, а высота—6 см.» $(V = 1/3 \cdot S_{\text{осн}} \cdot h = 1/3 \cdot 15 \cdot 6 = 30$ куб. см)
 - «Радиус шара равен 3. Найдите площадь его поверхности.» $(S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ кв. см)
 - «Найдите объем шара, если его радиус равен 3.» $(V = 4/3 \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi$ куб. см)

III. Упражнения на применение теорем и свойств:

- **Цель:** Формирование умения применять теоретические знания для решения задач.
- **Формат:** Задачи, требующие умозаключений, применения теорем (например, теоремы Пифагора, свойства углов).

- **Примеры:**

- **Планиметрия:**

- «В прямоугольном треугольнике один катет равен 5, гипотенуза – 13. Найдите длину второго катета.» (12, по теореме Пифагора)
- «Два угла треугольника равны 30 и 70 градусам. Найдите третий угол.» ($180 - 30 - 70 = 80$ градусов)
- «Диагонали прямоугольника равны 10. Чему равна половина диагонали?» (5)
- «Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 100 градусам. Чему равен каждый из углов при основании?» ($(180 - 100) / 2 = 40$ градусов)
- «В параллелограмме одна сторона равна 6, а другая – 8. Чему равен периметр?» ($2 * (6 + 8) = 28$)
- «Центральный угол, опирающийся на дугу АВ, равен 80 градусам. Чему равен вписанный угол, опирающийся на ту же дугу?» (40 градусов)
- «Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания. Верно ли это?» (Да)
- «Диагонали ромба пересекаются под прямым углом. Верно ли это?» (Да)

- **Стереометрия:**

- «В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4. Высота призмы равна 5. Чему равна диагональ боковой грани, проведенная из вершины прямого угла основания?» (Диагональ прямоугольника со сторонами 5 и 3, или 5 и 4. $\sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$, $\sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$)
- «Диагональ грани куба равна $5\sqrt{2}$. Чему равна диагональ самого куба?» (Диагональ грани $= a\sqrt{2}$. $a = 5$. Диагональ куба $= a\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$)
- «Площадь основания правильной четырехугольной пирамиды равна 36, а высота – 8. Найдите длину бокового ребра.» (Основание – квадрат со стороной 6. Апофема $= \sqrt{(h^2 + (a/2)^2)} = \sqrt{(8^2 + 3^2)} = \sqrt{73}$. Боковое ребро $= \sqrt{(h^2 + (d/2)^2)} = \sqrt{(8^2 + (6\sqrt{2}/2)^2)} = \sqrt{(64 + 18)} = \sqrt{82}$)
- «Высота цилиндра равна 10, радиус основания – 4. Диагональ осевого сечения равна?» (Осевое сечение – прямоугольник со сторонами 10 и 8. Диагональ $= \sqrt{(10^2 + 8^2)} = \sqrt{164} = 2\sqrt{41}$)
- «Центр шара находится в точке (0,0,0). Шар проходит через точку (3,0,0). Чему равен радиус шара?» (3)

IV. Упражнения на геометрические преобразования и координаты:

- **Цель:** Развитие навыков работы с геометрическими преобразованиями и координатами.
- **Формат:** Задачи на определение образа фигуры, координат, расстояний.
- **Примеры:**
 - «Точка А имеет координаты (2, 3). Каковы будут координаты точки А', если ее отобразить симметрично относительно оси Ох?» (2, -3)
 - «Точка В имеет координаты (-1, 4). Каковы будут координаты точки В', если ее отобразить симметрично относительно начала координат?» (1, -4)
 - «Начало координат отодвинули на 3 единицы вправо и 2 единицы вверх. В какую точку перейдет начало координат?» (3, 2)
 - «Найдите расстояние между точками А(1,2) и В(4,6).»
($\sqrt{((4-1)^2 + (6-2)^2)} = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{25} = 5$)
 - «Даны векторы $a=(2,1)$ и $b=(3,-2)$. Чему равен вектор $a+b$?» (5, -1)
 - «Даны точки А(1,1) и В(5,5). Чему равна длина вектора АВ?»
($\sqrt{((5-1)^2 + (5-1)^2)} = \sqrt{(4^2 + 4^2)} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$)
 - «Точка М –середина отрезка PQ. Координаты P(2, 4), Q(6, 8). Найдите координаты М.» $((2+6)/2, (4+8)/2)=(4,6)$

V. Задачи на сравнение и выбор:

- **Цель:** Развитие умения анализировать информацию, сравнивать объекты, выбрать оптимальный способ решения.
- **Формат:** Задачи с несколькими вариантами ответа, задачи на «верно/неверно», требующие обоснования.
- **Примеры:**
 - «Какой четырехугольник имеет равные диагонали и перпендикулярные стороны?» (Квадрат)
 - «Верно ли, что центр описанной окружности прямоугольного треугольника лежит на середине гипотенузы?» (Да)
 - «Какое из следующих утверждений неверно: а) Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам; б) Диагонали ромба перпендикулярны; в) Диагонали квадрата равны и перпендикулярны.» (в)
 - «Какой из данных многогранников не имеет плоских граней?» (Шар)

Методические рекомендации по организации устных упражнений

1. **Систематичность:** Устные упражнения должны проводиться регулярно, на каждом уроке, а также во внеурочной деятельности.
2. **Разнообразие форм:** Использовать различные формы проведения:
 - **Фронтальный опрос:** Классическая форма, когда учитель задает вопросы всему классу.
 - **Индивидуальный опрос:** Вызов к доске, индивидуальная работа с карточками.
 - **Работа в парах:** Учащиеся задают вопросы друг другу.
 - **Групповая работа:** Решение задач командой.
 - **Игровые формы:** Математические диктанты, викторины, эстафеты.
3. **Дифференциация:** Предлагать упражнения разного уровня сложности, учитывая индивидуальные возможности учащихся.
4. **Обратная связь:** Важно оперативно давать обратную связь, корректировать ошибки, поощрять правильные ответы.
5. **Использование наглядности:** При возможности, использовать рисунки, схемы, геометрические модели для иллюстрации устных задач.
6. **Связь с реальной жизнью:** Приводить примеры применения геометрических понятий в повседневной жизни, чтобы повысить мотивацию учащихся.
7. **Интеграция с другими темами:** Включать устные упражнения, связанные с другими разделами геометрии и математики в целом.
8. **Акцент на скорость и точность:** Приучать учащихся не только к правильности, но и к скорости выполнения устных заданий.

Практическая ценность системы устных упражнений

Данная система устных упражнений имеет высокую практическую ценность для подготовки к ГИА по геометрии:

- **Системное покрытие материала:** Охватывает все основные темы ГИА по геометрии, что позволяет избежать пробелов в знаниях.
- **Развитие ключевых компетенций:** Целенаправленно развивает вычислительные навыки, логическое мышление, память, скорость реакции, умение применять теоремы и формулы.

- **Экономия времени на экзамене:** Ученики, хорошо отработавшие устные упражнения, могут быстрее решать типовые задачи, что освобождает время для решения более сложных заданий.
- **Формирование уверенности:** Регулярная устная практика помогает учащимся почувствовать себя более уверенно при выполнении заданий на экзамене.
- **Диагностический инструмент для учителя:** Позволяет своевременно выявлять пробелы в знаниях и корректировать процесс обучения.

Примеры применения системы в урочной и внеурочной деятельности

- **На уроке:**
 - **Начало урока (5-7 минут):** «Минутка геометрии»— фронтальный устный опрос по предыдущей теме или актуализация знаний, необходимых для нового материала.
 - **В процессе урока:** Устные вычисления при решении задач, обсуждение свойств фигур, проверка промежуточных этапов решения.
 - **Закрепление материала:** Устные задачи на применение новых формул или теорем.
- **Внеурочная деятельность:**
 - **Дополнительные занятия:** Специализированные занятия по отработке устных упражнений, решение тематических блоков.
 - **Математические кружки:** Использование игровых форм, олимпиадных задач, требующих устного решения.
 - **Онлайн-платформы:** Использование интерактивных тренажеров для устных вычислений и отработки базовых понятий.
 - **Индивидуальная работа:** Помощь учащимся, испытывающим трудности, в отработке устных навыков.

Заключение

Система устных упражнений по геометрии является неотъемлемым элементом эффективной подготовки к ГИА. Она позволяет не только систематизировать и углубить знания учащихся, но и развить ключевые метапредметные навыки, необходимые для успешного выполнения экзаменационных заданий. Регулярная, целенаправленная и разнообразная устная работа способствует формированию у школьников прочных знаний, уверенности в своих силах и умения быстро и точно решать геометрические задачи.

Практическая ценность предложенной системы заключается в ее комплексном подходе, систематическом охвате тем ГИА и акценте на практическое применение знаний. Интеграция устных упражнений в учебный процесс, как на уроках, так и во внеурочной деятельности, позволит значительно повысить результаты обучающихся по геометрии и успешно подготовить их к итоговой аттестации.