

Развитие математических способностей у обучающихся 5 – 6 классов МБОУ «Кептинская СОШ» путем решения задач на проценты.

Чемезов Е.Е. учитель математики

В современной жизни решение задач на проценты встречается повсеместно. В мире высоких технологий каждый человек встречается с задачами на проценты. Неудивительно, что при таких случаях мы сразу вспоминаем школьную программу по математике. Ведь в школьной программе задачи на проценты мы изучаем в 5 -6 классах.

Наши дети растут в то время, когда везде обсуждаются повышения цен, зарплат, рост стоимости продуктов, бензина и т.д. Более того нынешний школьник с малых лет слышит про проценты банковского кредита, ставках, в более старших классах узнает о процентах в различных торгах и т.д. Таким образом, у ребенка с младшего возраста формируется понятие «проценты». Со временем школьник понимает, что все это требует умения производить хотя бы несложные процентные расчеты для сравнения и выбора более выгодных условий.

Изучение темы «Проценты» и решение задач на проценты начинается в 5-ом классе, затем решение задач на проценты продолжается в 6-ом класса, в курсе алгебры основной и средней (полной) школы и наконец, в заданиях ОГЭ и ЕГЭ. Кроме этого задачи на эту тему решаются на уроках физики, химии, экономики и других учебных дисциплин.

В пятом классе дается определение процента: сотую часть центнера называют килограммом, сотую часть гектара – аром или соткой. Принято называть сотую часть любой величины или числа процентом. Процентом называют одну сотую часть.

В пятом классе рассматриваются задачи на нахождение процента от числа, числа по его проценту, на нахождение процентного отношения. Рассмотрим наиболее распространенные задачи на проценты. При этом нужно учитывать прикладные задачи:

Задача 1. Швейная фабрика выпустила 1200 костюмов. Из них 32% составляют костюмы нового фасона. Сколько костюмов нового фасона выпустила фабрика?

Задача 2. За контрольную работу по математике отметку «5» получили 12 учеников, что составляет 30% всех учащихся, Сколько учеников в классе?

Задача 3. Из 1800 га колхозного поля 558 га засажено картофелем. Какой процент поля засажен картофелем?

Решение этих задач рассматривается в учебнике «Математика», 5 класс, Н.Я. Виленкин и др, здесь же и далее предлагается большой набор разнообразных задач на проценты. В учебнике «Математика», 6 класс, Н.Я. Виленкина и др. линия задач на проценты продолжается, предложена подборка интересных простых и сложных задач на эту тему.

Но к сожалению, в образовательной программе нашей школы данные учебники не включены, поэтому учитель вынужден использовать их в качестве дополнительных методических ресурсов. Для углубления знаний по решению

задач на проценты в 5 – 6 классах можно использовать и другие задачи. Например:

Задача. На сколько процентов 3 меньше 5?

Решение: 1. На сколько единиц 3 меньше 5?

$$5 - 3 = 2$$

2. На сколько процентов 3 меньше 5?

$$2 / 5 * 100 = 40(\%)$$

Ответ: на 40 %.

Задача. На сколько процентов увеличится произведение двух чисел, если одно из них увеличить на 50%, а другое уменьшить на 20%?

Эту задачу полезно рассмотреть после изучения темы «Свойства сложения и умножения. Упрощение выражений».

Решение: Пусть a – первое число, b – второе число, ab – их произведение; тогда $a + 0,5a = 1,5a$ – первое число после его увеличения на 50%, $b - 0,2b = 0,8b$ – второе число после его уменьшения на 20%; $1,5a * 0,8b = 1,2ab$ – новое произведение.

Найдем на сколько второе произведение больше первого:

$$1,2ab - ab = 0,2ab.$$

Ответим на главный вопрос задачи: $0,2ab = 0,20ab$ – это 20% от ab .

Ответ: на 20%.

Задача. Цену товара сначала снизили на 30%, а затем новую цену снизили на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Решение: Для лучшего усвоения сути решения этой задачи лучше сначала решить ее на числовых данных. Пусть первоначальная цена товара 500 рублей.

1. $500 * 0,3 = 150$ (руб.) – снижена цена товара в первый раз.

2. $500 - 150 = 350$ (руб.) – цена товара после первого снижения.

3. $350 * 0,1 = 35$ (руб.) – снижена цена товара во второй раз.

4. $350 - 35 = 315$ (руб.) – цена товара после второго снижения.

5. $500 - 315 = 185$ (руб.) – снижена цена товара за два раза.

6. $185 / 500 * 100 = 37(\%)$

Ответ: на 37%.

Затем решаем задачу в общем виде.

Пусть первоначальная цена товара x рублей. После первого снижения цена товара $x - 0,3x = 0,7x$. После второго снижения цена товара $0,7x - 0,1 * 0,7x = 0,7x - 0,07x = 0,63x$. Итак, цена товара всего снижена на $x - 0,63x = 0,37x$. 0,37 от первоначальной цены – 37%.

Ответ: на 37%.

Интересными и полезными будут задачи:

- Зарплату увеличили на 80%. Верно ли, что она увеличилась в 1,8 раза?

Ответ: да.

- Если цену увеличить в 2 раза, то на сколько процентов она увеличилась?

Ответ: на 100%.

- Служащая банка объяснила клиенту, что вложенная им сумма увеличится на 200%, то есть в 2 раза. В чем ошиблась служащая и как нужно исправить сказанное, если проценты указаны верно?

Ответ: первоначальная сумма составляет 100%, она увеличена на 200% и теперь составляет 300%. 300% больше 100% в 3 раза.

В дальнейшем есть смысл решить и другие задачи:

- Цену товара сначала снизили на 20%, затем новую цену снизили на 15%, и еще раз снизили на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Ответ: на 38.8%.

- Мука подорожала на 10%, а через месяц подешевела на 10%. Сравнить новую цену с первоначальной.

Ответ: цена муки снизилась на 1%.

- Цена товара была понижена на 20%. На сколько процентов теперь надо ее повысить, чтобы получить первоначальную цену?

Ответ: на 25%.

- Цена товара повысилась на 25%, а затем еще на 25%. На сколько процентов необходимо снизить новую цену, чтобы она сравнялась с первоначальной?

Ответ: на 36%.

- Цена товара снизилась на 20%, а затем еще на 20%. На сколько процентов необходимо повысить новую цену, чтобы она сравнялась с первоначальной?

Ответ: на 56,25%.

Эти задачи и предложенные способы их решения помогут учащимся старших классов осмысленно решать аналогичные, но более сложные задачи по формуле сложных процентов.

Задачи на проценты занимают большое место в теме «Отношения и пропорция»:

- Сплав содержит 34% олова. Сколько граммов олова содержится в 240 г сплава? Какова масса сплава, содержащего 85 г олова?

Ответ: 81,6 г олова. 250 г сплава.

- В семенах льна содержится 42% масла. Сколько килограммов масла получится из 120 кг семян? Сколько килограммов семян необходимо для получения 105 кг масла?

Ответ: 50,4кг. 250 кг.

- Для выполнения плана в срок цех должен задействовать 60% производственной мощности. Сколько процентов производственной мощности должен задействовать цех, что бы к тому же сроку перевыполнить план на 10%?

Ответ: 66%.

- Для выполнения плана в срок цех должен задействовать 60% производственной мощности. Сколько процентов производственной мощности достаточно задействовать цеху, что бы к тому же сроку выполнить план на 90%?

Ответ: 50%.

- Для стада коров фермер заготовил корма на 30 дней. На сколько дней хватит этих кормов, если поголовье сократится на 40%, а дневная норма расхода кормов увеличится на 25%?

Ответ: на 40 дней.

- Для стада коров фермер заготовил корма на 30 дней. На сколько дней хватит этих кормов, если поголовье увеличится на 25%, а дневная норма расхода кормов снизится на 20%?

Ответ: на 30 дней.

Если при решении первых задач учащиеся чаще всего составляют пропорцию, то при решении последних двух задач есть смысл использовать определение прямо пропорциональной и обратно пропорциональной зависимостей. При увеличении значений одной величины в несколько раз значение другой величины увеличивается во столько же раз – прямо пропорциональная зависимость, при увеличении значений одной величины в несколько раз значение другой величины уменьшается во столько же раз – обратно пропорциональная зависимость и наоборот.

Имея определенный резерв времени на уроке или на занятиях кружка можно рассмотреть решение более сложных задач практической направленности:

- Производительность труда повысилась на 25%. На сколько процентов уменьшится время выполнения задания?

Решение: пусть производительность труда x , время выполнения задания y . Производительность труда повысилась на 25%, то есть $x + 0,25x = 1,25x = 5/4x$. Чтобы выполненная работа не изменилась, надо $5/4x$ умножить на $4/5y = 0,8y$, то есть время выполнения задания уменьшится, $y - 0,8y = 0,2y$, или на 20%.

Ответ: на 20%.

- Деньги, вложенные в акции известной фирмы, приносят ежегодно 20% дохода. За сколько лет вложенная сумма удвоится?

Решение: для более глубокого понимания смысла условия задачи лучше решать эту задачу, находя последовательно процент от процента:

Пусть x – первоначальная сумма

$x + 0,2x = 1,2x$ - сумма через год

$1,2x + 0,2 * 1,2x = 1,2x + 0,24x = 1,44x$ - сумма через два года

$1,44x + 0,2 * 1,44x = 1,44x + 0,288x = 1,728x$ - сумма через три года

$1,728x + 0,2 * 1,728x = 1,728x + 0,3456x = 2,0736x$ - сумма через четыре года

Ответ: менее, чем через 4 года.

- В автоинспекции города А подсчитали, что число легковых автомобилей увеличивалось в последние годы на 15% ежегодно. Во сколько раз увеличится число легковых автомобилей за пять лет, если эта тенденция сохранится?

Ответ: примерно в 2 раза.

Большой интерес представляют задачи на смеси и сплавы. Вот одна из них:

- Из 40 т руды выплавляли 20 т металла, содержащего 6% примесей. Сколько процентов примесей в руде?

Решение: $20 * 0,06 = 1,2(т)$ - примесей в металле

$40 - 20 + 1,2 = 21,2(т)$ - примесей в руде

$21,2 / 40 = 0,53$, что составляет 53%

Ответ: 53%.

Мир задач на проценты бесконечен, эти задачи интересны, увлекательны, развивают логику, сообразительность, побуждают учащихся мыслить, но время,

отводимое в учебном плане на математику, катастрофически падает, и этому подтверждение последняя задача:

- В некотором царстве, в некотором государстве пятиклассники стали изучать математику не 6, а 5 уроков в неделю. Кроме того, урок у них стал длиться не 45, а 40 минут. Сколько процентов учебного времени потеряли пятиклассники?

Ответ округлите до десятых.

Решение: учебное время теперь составляет $5 / 6 * 40 / 45 = 20 / 27$ от прежнего.

Потеря составила $1 - 20 / 27 = 7 / 27 = 0,2592\dots$, или примерно 25,9%.

Ответ: 25,9%.

Таким образом, задачи на проценты развивают не только математические способности ребенка, но и расширяют его познания жизненно важных моментов, связанных с решением необходимых проблем.