Нестандартнаые методы решения задач

1. Анализ области определения функций, входящих в уравнение.
2. Исследование множества значения функции, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции и использование ограниченности функций.
3. Исследование монотонности функции.
4. Использование известного неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим положительных чисел (равенство Коши)
   $\frac{a_1+a_2+\ldots+a_k}{k}\geq\sqrt[k]{a_1+a_2+\ldots+a_k}$, где $a>0$
5. Использование суммы двух взаимно-обратных чисел
   $x+\frac{1}{x}\geq2$, при $x>0$. $x+\frac{1}{x}\leq2$, при $x<0$.
6. Тригонометрическая подстановка.

1. Анализ области определения функций, входящих в уравнение

1. Решите уравнение.

$\sqrt{x^2-x-2}=\log_2(1-x^4)$ заметим, что

$\begin{cases} x^2-x-2\geq0, \\ (1-x^2)(1+x^2)>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-x-2\geq0, \\ (1-x)(1+x)(1+x^2)>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-x-2\geq0, \\ (1-x)(1+x)(1+x^2)>0 \end{cases}$

Это уравнение решается путем исследования области определения уравнения. Так как система неравенств не имеет решения, то уравнение не имеет корней.

Ответ: Уравнение имеет корни

2. Решите уравнение. $\sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{\log_{\frac{1}{7}}^2(x^2-4x+4)}=0$

Так как $\sqrt{x^2-6x+9}\geq0$ и $\sqrt{\log_{\frac{1}{7}}^2(x^2-4x+4)}\geq0$, то эти корни должны равняться нулю. Если эти корни равны нулю, то их сумма будет равна нулю.

$\sqrt{x^2-6x+9}=0$, $(x-3)^2=0$, $x=3$.

$\sqrt{\log_{\frac{1}{7}}^2(x^2-4x+4)}=0$ $\log_{\frac{1}{7}}^2(x-2)^2=0$ $\log_{\frac{1}{7}}^2(x-2)^2=\log_{\frac{1}{7}}^2 1 x=3$

Ответ: $x=3$

3. Решите неравенство. $(\log_{\frac{1}{7}}x-1)^2+(x-2)^2>0$

Так как сумма положительна получим, что $(\log_{\frac{1}{7}}x-1)^2$ и $(x-2)^2$ положительны, то $\log_2 x-1\neq0$ $x-2\neq0$ и $x>0$

Ответ: $x\in(0;2)\cup(2;\infty)$

4. Решите уравнение. $\sqrt{8-x^2-2x}+\sqrt{x-2}=\sqrt{2x+6,8}$

Рассмотрим систему неравенств $\begin{cases} -x^2-2x+8\geq0 \\ x-2\geq0 \\ 2x+6,8\geq0 \end{cases}$

Решение системы является $x=2$

Ответ: $x=2$

5. Решите уравнение. $\sqrt{x-3}+\sqrt{5x-x^2-6}+\sqrt{2x+3}=3$ рассмотрим область определения уравнения. Получим систему

$x-3\geq0$ $x\geq3$

$5x-x^2-6\geq0$ $\qquad$ $(x-3)(x-2)\leq0$

Решение системы $x=3$

Ответ: $x=3$

6. Решите уравнение. $\sqrt{x-4}+\sqrt[4]{3-x}=2$

Область определения уравнения $x-4\geq0$ $\quad$ $x\geq4$

$3-x\geq0$ $\quad$ $x\leq3$

Данная система не имеет решения.

Ответ: уравнение не имеет решения.

2. Использование множества значений функции

При решении уравнений рассмотрены ограниченность функций, входящих в уравнение, и оценка левых и правых частей уравнения.

1. Решите уравнение. $\sin\frac{\pi x}{2\sqrt{3}}=x^2-2\sqrt{3}+4$

Чтобы решить это уравнение, надо оценить левую и правую части.

Оценка левой части: $-1\leq\sin\frac{\pi x}{2\sqrt{3}}\leq1$

Оценка правой части: Выделим полный квадрат

$$x^2-2\sqrt{3}x+4=\left(x-\sqrt{3}\right)^2+1\geq1$$

Оценка показывает, что $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+1=1$ при $x=\sqrt{3}$

Ответ: $x=\sqrt{3}$

2. Решите уравнение. $x^4+5\times4^x+4x^2\times2x^2-2\times2^2+1=0$

Для того, чтобы решить уравнение, надо выделить полный квадрат.

$$(x^2+2\times2^x)^2+\left(2^x-1\right)=0 \text{ заметим, что}$$

$$(x^2+2\times2^x)^2\geq0 \text{ и } \left(2^x-1\right)^2\geq0$$

Если их сумма равна нулю, то они оба будут равны нулю.

$$\left(x^2+2\times2^x\right)^2=0 \qquad \left(2^x-1\right)^2=0$$

$$x^2+2\times2^x=0 \qquad 2^x-1=0$$

Решив уравнения убедимся, что уравнение не имеет решения.

Ответ: Не имеет решения.

3. Решите уравнение. $\sin\left(x^3+2x^2+1\right)=x^2+2x+3$

Чтобы решить данное уравнение, надо оценить левую и правую части уравнения.

Оценка левой части: $-1\leq\sin\left(x^3+2x^2+1\right)\leq1$

Оценка правой части: Выделим полный квадрат.

$x^2+2x+3=\left(x^2+2x+1\right)+2=(x+1)^2+2$ оно будет $(x+1)^2+2\geq2$,

Оценка правой и левой частей уравнения показывает, что уравнение не имеет решения.

Ответ: Уравнение не имеет решения.

4. Решите уравнение. $2^{|x|(x-2\pi)^2}=|\cos x|$.

Также оценим правую и левую части уравнения.

$0\leq|\cos x|\leq1$, т.к. модуль $|\cos x|\leq1$ и $-1\leq\cos x\leq1$

$$2^{|x|(x-2\pi)^2}\geq1$$

Поэтому равенство будет иметь решение только тогда, когда

$$2^{|x|(x-2\pi)^2}=1.$$

Преобразуем наше уравнение

$$2^{|x|(x-2\pi)^2}=2^0$$

$$x_1=0$$

$$|x|(x-2\pi)^2=0 \qquad x_2=2\pi$$

Проверим наши корни, подставив в первоначальное равенство:

$$\cos(0)=1$$
$$\cos 2\pi=1$$

Оба корня будут решениями уравнения

Ответ: $x_1=0$

$x_2=2\pi$

5. Решите уравнение. $\sin\pi x=4x^2-4x+5$

   Оценим обе части уравнения

   т.к. $-1\le\sin x\le1$, то $-4\le\sin\pi x\le4$

   Для того, чтобы оценить правую часть, надо выделить полный квадрат $4x^2-4x+5=(2x-1)^2+4\ge4$

   Решим неравенство: $(2x-1)^2+4\ge4 \quad (2x-1)^2=0 \quad x=\frac{1}{2}$

   $$4\sin\pi x=4$$
   $$\sin\pi x=1$$

   Проверив корень $\sin\frac{\pi}{2}=1$ корень $x=\frac{1}{2}$ будет решением уравнения

   Ответ: $x=\frac{1}{2}$

6. Решите уравнение. $(4x-x^2-3)\times\log_2(1+\cos^2\pi x)=1$

   Приведем уравнение к виду:

   $$\log_2(1+\cos^2\pi x)=\frac{1}{4x-x^2-3}$$

   Надо оценить левую сторону

   $$0\le\cos^2x\le1$$
   $$0\le\log_2(1+\cos^2\pi x)\le1$$

   Оценка правой части $\frac{1}{4x-x^2-3}=\frac{1}{1-(1-x)^2}$

   Наибольшее значение этого выражения единица.

   Решим уравнение $\frac{1}{1-(1-x)^2}=1$ корень уравнения $x=2$

   Ответ: $x=2$

7. Решите уравнение. $4|x|+\frac{9\pi^2}{|x|}-|\sin x|=12\pi-1$ при $x\ne0$ упростив уравнение, получим выражение $\frac{(2|x|-3\pi)^2}{|x|}=(\frac{2}{x}-\frac{3\pi}{|x|})^2=|\sin x|-1$ левая часть уравнения больше и равно нуля, а правая часть меньше и равно нуля при $x\ne0$ решим уравнение $2x-3\pi=0$ и получим $x=\pm\frac{3\pi}{2}$

   Проверив, убедились $x=\pm\frac{3\pi}{2}$ является корнем уравнения.

   Ответ: $x=\pm\frac{3\pi}{2}$

8. Решите неравенство. $|\sin^2x-\sin^4x|+\sqrt{\frac{(x^2+1)^2}{x^2-\pi^2}}>0$

   Учитывая, что $\sqrt{a^2}=|a|$ получим

$$\left|\sin^2 x-\sin^4 x\right|+\left|\frac{x^2-\pi^2}{x^2+1}\right|>0$$

$$\left|\sin^2 x-\sin^4 x\right|>0 \quad \left|\frac{x^2-\pi^2}{x^2+1}\right|>0$$

$$\left|\sin^2 x-\sin^4 x\right|>0 \quad \sin^2 x-\sin^4 x\neq 0$$

при $1+x^2\neq 0$ получим $x\neq\pi$ $x\neq-\pi$

Ответ: $(-\infty;-\pi)\cup(-\pi;\pi)\cup(\pi;\infty)$

9. Решите уравнение $\cos^2(x\sin x)=1+\log_5^2$

Оценим левую часть уравнения $0\leq\cos^2(x\times\sin x)\leq 1$

Так как $\log_5^2\sqrt{x^2+x+1}\geq 0$, то $1+\log_5^2\sqrt{x^2+x+1}\geq 1$

Решим уравнение $\log_5^2\sqrt{x^2+x+1}=0$ получим $\sqrt{x^2+x+1}=1$ получим $x=0$ и $x=-1$ проверив, убедимся, что

Ответ: $x=0$

10. Решите уравнение. $\sin\pi x=x^2+\frac{5}{4}-x$

Воспользуемся ограниченностью функций $-1\leq\sin x\leq 1$, а правая часть уравнения $x^2+\frac{5}{4}-x=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+1\geq 1$

Уравнение имеет решение при $x=\frac{1}{2}$ после проверки убедились, уравнение имеет решение. Корень уравнения $x=\frac{1}{2}$

11. Решите уравнение. $2\cos x=2^x+2^{-x}$

Левая часть данного уравнения не превосходит 2, а правая не меньше 2

$$2\cos x\leq 2$$

$$2^x+2^{-x}\geq 2$$

Следовательно, равенство может иметь лишь при условии, то правая и левая части равны 2, т.е. $x=0$

12. Решите уравнение. $x^3-x-\sin\pi x=0$

Найдем нули функции $y=\sin\pi x$

$$y=x^3-x=x(x-1)(x+1)$$

$$\sin\pi x=0 \quad \pi x=\pi n \quad x=\pi$$

$$x(x-1)(x+1)=0 \quad x_1=0,\ \ x_2=1,\ \ x_3=-1,$$

Проверив, корни получим ответ $x=0$, $x=\pm 1$

13. Решите уравнение. $x\times 2^x=8$

Чтобы решить уравнение, надо рассмотреть функции $y=2^x$ и $y=\frac{8}{x}$ построим графики этих функций и точка пересечения $x=2$ является решением уравнения.

14. Решите уравнение. $2^{-|x-2|}\log_2\left(4x-x^2-2\right)=1$

$\log_2\left(4x-x^2-2\right)=\frac{1}{2^{-|x-2|}}$ оценим обе части уравнения $\log_2(2-(x-2)^2)\leq 1$ и $\frac{1}{2^{-|x-2|}}=2^{|x-2|}\geq 1$.

Решим уравнение $\log_2\left(2-(x-2)^2\right)=1$ получим $x=2$. Проверив, данный корень $x=2$, убедились $x=2$ является решением уравнения.

15. Решите уравнение. $\log_2\left(1+\sqrt{x^4+x^2}\right)+\log_2\left(1+x^2\right)=0$

$\log_2\left(1+\sqrt{x^4+x^2}\right)\geq 0$ $\log_2\left(1+x^2\right)\geq 0$

Если их сумма равна нулю, то каждое слагаемое равно нулю

$\log_2\left(1+\sqrt{x^4+x^2}\right)=0$ $\log_2\left(1+x^2\right)=0$

Решив уравнения, получим корни уравнения $x=0$. Ответ: $x=0$

16. Решите уравнение. $\sin^4 x+\cos^4 x=1$

$\sin^4 x+\cos^3 x\leq\sin^2 x+\cos^2 x=1$ так, как $\sin^4 x\leq\sin^2 x$ $\cos^3 x\leq\cos^2 x$

$\sin^4 x+\cos^3 x\leq1$. Решим систему $\sin^4 x=\sin^2 x$ $\cos^3 x=\cos^2 x$

Корни уравнения $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ и $x=2\pi k$

17. Решите уравнение.

$\cos\pi x+x^2-6x+10=0$

$-\cos\pi x=x^2-6x+10$

Оценим обе части уравнений

$x^2-6x+10=1+(x-3)^2\geq1$

$-1\leq\cos\pi x\leq1$

Уравнение имеет решение только при $1+(x-3)^2=1$ корень уравнения $x=3$

После проверки убедились $x=3$ является решением уравнения.

3. Использование монотонности функции

1. Решите уравнение $3^x+4^x=7^x$

Данное уравнение имеет очевидное значение $x=1$. Докажем, что других решений нет.

Поделим обе части на 7^x, получим $\left(\frac{3}{7}\right)^x+\left(\frac{4}{7}\right)^x=1$. Левая часть представляет собой монотонно убывающую функцию. Следовательно, каждое свое значение она принимает один раз, т.е. данное уравнение имеет единственное решение.

Ответ: $x=1$

2. Решите уравнение $\log_\pi\left(\cos^2 x\right)=x^4$

это уравнение решается методом оценки левой и правой частей.

$$0<\cos^2 x\leq1$$

$$\log_\pi \cos^2 x\leq0$$

$$\log_\pi x$$

$$x^4\geq0$$

Поэтому уравнение имеет решение при $x=0$.

3. Решите уравнение. $x^x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$y=x^x$$

$$y=(e^{\ln x})^x=(e^x)^{\ln x}$$

Найдем производную функции.

$y'=\left(\left(e^x\right)^{\ln x}\right)'=e^{x\ln x}$

$x\ln x'=x^x(\ln x+1)$.

На $\left(0;\frac{1}{e}\right)$ убывает и имеет не более одного корня $x=\frac{1}{4}$.

На промежутке $\left(\frac{1}{e};\infty\right)$ $y=x^x$ возрастает.

На этом промежутке имеет корень $x=\frac{1}{2}$.

Ответ: $x=\frac{1}{2}$.

4. Решите уравнение. $x^{\log_2 9}=x^2*3^{\log_2 x}-x^{\log_2 3}$

Используя свойства:

$a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$

$9^{\log_2 x}=3^{\log_2 x}(x^2-1)$

Это выражение $1{:}3^{\log_2 x}$

$$3^{\log_2 x}=\left|x^2-1\right|$$

Заменим $\log_2 x=y$ Тогда $x=2^y$ $x^2=4^y$

$3^y-4^y=-1$

$-3^y+4^y=1$

$4^y-3^y=1$

Равенство верно при $y=1$. Найдем x

$$x=2^y=2$$

Ответ: $x=2$

4. Использование известного неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим. (Неравенство Коши)

$\frac{a_1+a_2+\ldots a_n}{n}\geq\sqrt[n]{a_1*a_2*\ldots*a_n}$

$a>0$

Равенство допускается при $a_1=a_2=\ldots=a_n$

1. Решите уравнение. $\sqrt{x^2+1-1}+\sqrt{x-x^2+1}=x^2-x+2$

$\sqrt{(x^2+x-1)\times 1}\leq\frac{1+(x^2+x-1)}{2}$

$\sqrt{(x-x^2+1)\times 1}\leq\frac{1+(x-x^2+1)}{2}$

$$\frac{1+(x^2+x-1)}{2}+\frac{1+(x-x^2+1)}{2}=x+1$$

Мы воспользуемся формулой: $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$

$\sqrt{(x^2+x-1)\times 1}\leq\frac{x^2+x}{2}$ и $\sqrt{(x-x^2+1)\times 1}\leq\frac{x-x^2+2}{2}$

получим, что левая часть уравнения

$$\sqrt{x^2+1-1}+\sqrt{x-x^2+1}\leq x+1$$

а правая часть уравнения

$$x+1\geq x^2-x+2$$

Из этих сравнений получим

$$x^2-x+2=x+1,\ \text{где } x=1$$

Ответ: $x=1$

2. Решите уравнение. $\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}=x^2-6x+11$

$\sqrt{(x-2)\times 1}\leq\frac{x-2+1}{2}$

$\sqrt{(4-x)\times 1}\leq\frac{4-x+1}{2}$

$\frac{x-2+1}{2}+\frac{4-x+1}{2}=2$

$\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}\leq 2$ $\qquad$ $x^2-6x+11\leq 2$

Получим уравнение $x^2-6x+11=2$ Корень уравнения $x=3$

Ответ: $x=3$

3. Решите уравнение. $2^{x^6}+2^{x^2}=2^{x^4+1}$ Воспользуемся

$2^{x^6}+2^{x^2}\geq 2\sqrt{2^{x^6}\times 2^{x^2}}=2\times 2^{\frac{x^6+x^2}{2}}$

$2^{1+\frac{x^6+x^2}{2}}=2^{x^4+1}$

Получим уравнение $2^{x^6}+2^{x^2}=2^{1+\frac{x^6+x^2}{2}}$

И $2^{1+\frac{x^6+x^2}{2}}=2^{x^4+1}$, решив уравнение $x^6-2x^4+x^2=0$

Получим корни $x=\pm1$ и $x=0$

После проверки получим корень уравнения $x=0$

Ответ: $x=0$

5. Использование суммы двух взаимно обратных чисел

$x+\frac{1}{x}\geq0$

$x>0$ Равенство достигается при $x=1$; $x+\frac{1}{x}\leq-2$

$x<0$ и

Равенство достигается при $x=-1$

1. Решите уравнение. $2^{x^2+1}=1-x^8$

   Оценим левую и правую части уравнения

   $y=1-x^8$

   $2^{x^2+1}\geq2$

   $x^2+1\geq1$

   Построим графики функций $y=2^{x^2+1}$

   $y=1-x^8$ $2^{x^2}+1\geq1$ и $1-x^8\leq1$ графики функций не имеют общих точек. Уравнение не имеет решения.

2. Решите уравнение. $4x^2+4x+17=\frac{12}{x^2+x+1}$

   упростив, уравнение получим $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+4=\frac{3}{x^2+x+1}$

   Оценим обе части уравнения $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+4\geq4$ и $\frac{3}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\leq4$ отсюда следует $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ $x=-\frac{1}{2}$

6. Тригонометрическая подстановка

Рассмотрим задачи, при решении которых используется в определенном смысле обратный прием, т.е. некоторые алгебраическое выражение, заменяется тригонометрическим.

1. Известно, что $m^2+n^2=1$, $p^2+q^2=1$, $mp+nq=0$. Вычислить $mn+pq$

   Поскольку $m^2+n^2=1$, $p^2+q^2=1$, то существуют α и β,

   что $m=\cos\alpha$, $n=\sin\alpha$, $p=\cos\beta$, $q=\sin\beta$ тогда

   $mn+pq=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)$

   Теперь выражение $mn+pq$ запишем так:

   $$\cos\alpha\sin\alpha+\cos\beta\sin\beta=\sin(\alpha+\beta)$$

Примеры:

1. Решите систему уравнений.

   $x^2+y^2=1$, $4xy\left(2y^2-1\right)=1$

   так как $x^2+y^2=1$ то $x=\sin\alpha$ $y=\cos\alpha$, где $\alpha\in[0;2\pi]$

   $4\sin\alpha\cos\alpha\left(2\cos^2\alpha-1\right)=1$ $\sin4\alpha=1$ $\alpha=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$, $k\in Z$

В промежутке $[0;2\pi]$ попадают числа $\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8},\frac{9\pi}{8},\frac{13\pi}{8}$ для каждого числа вычислим x и y получим следующие корни.

$x=\frac{\sqrt{2\mp\sqrt{2}}}{2}$ $y=\frac{\sqrt{2\pm\sqrt{2}}}{2}$

$x=\frac{-\sqrt{2\mp\sqrt{2}}}{2}$ $y=\frac{-\sqrt{2\pm\sqrt{2}}}{2}$

2. Решите уравнение $\sqrt{1-x^2}=4x^3-3x$

   $|x|\leq 1$

   $x=\cos\alpha$,
   $\alpha\in|0;\pi|$
   приходит к уравнению
   $\sqrt{1-\cos^2\alpha}=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

   Отсюда $|\sin\alpha|=\cos 3\alpha$
   так как при $a\in|0;\pi|$ $\sin a\geq 0$,
   Имеем $\sin a=\cos 3a$
   $a=\frac{3\pi}{4}+\pi n$
   $\pi\in z$
   $a=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$
   $k\in z$
   $\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8},\frac{3\pi}{4}$
   принадлежат $0\leq a\leq\pi$ подставка в x получим ответ: $\pm\frac{\sqrt{2\pm\sqrt{2}}}{2}$, или $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Решите уравнение.
   $8x(1-2x^2)(8x^4-8x^2+1)=1$
   $|8x^4-8x^2+1|=|8x^2(x^2-1)+1|\geq 1$,
   $|8x(1-2x^2)(8x^4-8x^2+1)|\geq 8$
   $x=\cos a$,
   $a\in(0;\pi)$
   $8\cos a(1-2\cos^2 a)(8\cos^4 a-8\cos^2 a+1)=1$
   $0<a<\pi$
   Решив систему получим
   $a=\frac{2\pi k}{9}$,

   $k\in z$,
   $a=\frac{\pi}{7}+\frac{2\pi n}{9}$,
   $n\in z$
   $0<a<\pi$
   Ответ: $x=\cos\frac{2\pi}{9}$

   Или $x=\cos\frac{4\pi}{9}$

   Или $x=-\frac{1}{2}$

   Или $x=\cos\frac{8\pi}{9}$

   Или $x=\cos\frac{\pi}{7}$

   Или $x=\cos\frac{3\pi}{7}$

   Или $x=\cos\frac{5\pi}{7}$

Рекомендуемая литература:

1. С. М. Саакян, А. М. Гольдман, Д. В. Денисов. Задачи по алгебре и началам анализа для 10-11 классов. – М., 1990.
2. А. П. Карп. Сборник задач по алгебре и началам анализа 10-11. – М., 1995.
3. И. Ф. Шарыгин, В. И. Голубев. Факультативный курс по математике. Решение задач в 11 классе. – М., 1991.
4. Н. В. Мирошин, В. Н. Цикунов. Как поступить в ВУЗ. – М., 1992.

5. М. К. Потапов, С. Н. Олехник, Ю. В. Нестеренко. Конкурсне задачи по математике. – М., 1992.
6. Е. Д. Куланин, В. П. Норин. 3000 конкурсных задач по математике. – М., 1999.
7. Г. Дорофеев, М. Потапов, Н. Розов. Математика для поступающих в ВУЗЫ. – М., 1996.
8. Л. О. Денищева, Ю. А. Глоухов, К. А. Краснянская, Г. П. Кузина. П. В. Семенов. Математика. ЕГЭ-2003. – М., 2003.
9. Мерзлк А. Г., Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Яшир М. С., Тригонометрия: Задачник к школьному курсу. – М.
10. Фирстова Н. И. Решение некоторых видов уравнений при помощи неравенств. //Математика в школе. – №1. – 2002.

Варианты экзаменационной работы

Вариант 1.

1. Решите неравенство $x+\frac{8}{x}\le 6$
2. Решите уравнение $\frac{2}{x}+\frac{10}{x^2-2x}=\frac{1+2x}{x-2}$
3. Решите неравенство $|4x+3|>5$
4. Упростите выражение $\frac{1}{2}\sqrt{128}+3\sqrt{2}+2\sqrt{72}$
5. Найти координаты вершины параболы $y=x^2=4x-5$
6. Упростите выражение $\left(\frac{x}{y-x}-\frac{x}{y+x}\right)\cdot\frac{(x+y)^2}{2x^2}$
7. Вычислите $(3\sqrt{12}+2\sqrt{3})^2$
8. Вычислите $\left(\frac{5}{8}+\frac{7}{12}\right)\cdot\left(3\frac{23}{58}-2\frac{9}{58}\right)$
9. Укажите номер члена последовательности $x_n=\frac{n+1}{3n+2}$ равного $\frac{5}{12}$
10. Составьте формулу п-го члена арифметической прогрессии 2, 5, 8, 11, …
11. Ученик за 3 общие тетради и 2 карандаша уплатил 66 коп. Другой ученик за такие же 2 общие тетради и 4 карандаша уплатил 52 коп. Сколько стоила общая тетрадь и сколько стоил карандаш?
12. Найдите расстояние между точками А (1;1) и В (4;5)
13. Постройте график уравнения 2х+3у=6
14. Напишите уравнение окружности с центром в точке А(1;2) и радиусом 3
15. Какая из точек А (0;0) и В (-1;-1) принадлежит на графике функции $y=x^{-5}$