Гуляева Ульяна Ивановна-учитель математики высшей категории, Почетный работник общего образования РФ

Министерство образования Республики Саха (Якутия) МБОО «Туора - Кюельская средняя общеобразовательная школа имени Ивана Николаевича Гуляева»

Проект « Проценты каждый день»

Понимание процентов и умение производить процентные расчеты в настоящее время необходимо каждому человеку: прикладное значение этой темы очень велико и затрагивает финансовую, демографическую, экономическую, социологическую и другие стороны нашей жизни. В школьном курсе математики тема «Проценты» и задачи на проценты изложены не компактно, не четко. Учащихся при подходе к итоговой аттестации в 9-х и 11-х классах сталкиваются с проблемой решения задач на проценты, а они есть в ЕГЭ. Рассказывая о процентах, мы углубимся в их историю и происхождение. Рассмотрим во всех областях нашей жизни применение процентов. На конкретных примерах убедимся в их актуальности и значимости. В заключении систематизируя полученные результаты исследования, нами формулируется вывод. Во время работы с проектом была в основном использована литература для подготовки к ЕГЭ по заданной теме, также задачи взятые из реальной жизни. Целью нашей работы станет предложение компактного и четкого изложения теории по теме: «Проценты» и доказательство необходимости процентов в современном мире. Решив типовые задачи, подтверждающие необходимость процентов и выделив их основные группы, мы шаг за шагом пододвинемся к раскрытию темы. К основным группам будем относить задачи: взятые из повседневной жизни и ЕГЭ, банковского характера и другие. После просмотра материала по заданной теме мы сможем сформулировать вывод.

Проценты

Проценты – одно из математических понятий, которые часто встречаются в повседневной жизни. Слово «процент» происходит от латинского слова «pro centum», что буквально означает «за сотню» или «со ста». Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это дает возможность упрощать расчеты и легко сравнивать между части между собой и с целыми. Идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях, вызванная практическими соображениями. Они родились еще в древности у вавилонян, которые пользовались шестидесятеричными дробями. Уже в клинописных табличках вавилонян содержатся задачи на расчет процентов. Были известны проценты и в Индии. Индийские математики вычисляли проценты, применяя так называемое тройное правило, т.е. пользуясь пропорцией. Они умели производить и более сложные вычисления с применением процентов.

Знак «%» происходит, как полагают, от итальянского слова «cento» (сто), которое в процентных расчетах часто писалось сокращенно «cto». Отсюда путем дальнейшего упрощения в скорописи буквы t в наклонную черту произошел современный символ для обозначения процента.

Примеры применения процентов в реальной жизни:

- В выборах приняли участие 63,9% избирателей.
- Количество мальчиков составляло 50% от количества девочек.
- Рейтинг победителя в хит-параде равен 67%.
- Промышленное производство сократилось на 8,4%.
- Уровень инфляции составляет 8% в год.
- Банк начисляет 10% годовых.
- Молоко содержит 3.2% жира.

 Материал содержит 60% хлопка и 40% полиэстера.

 Уровень преступности в городе вырос на 1.2%.

 Получить 150% выгоды от продажи и т.д.

Задачи на проценты

Основные формулы для вычисления процентов:

1. Нахождение процентного отношения чисел. Чтобы найти процентное отношение чисел, надо отношение этих чисел умножить на 100%.

2. а) Если больше b на p%, то = b + 0,01pb = b(1 + 0,01p)

б) Если меньше b на p%, то = b – 0,01pb = b(1 – 0,01p)

3. а) Если возросло на p%, то новое значение равно a(1 + 0,01p)

б) Если уменьшили на p%, то новое значение равно: a(1 – 0,01p)

в) Объединив а) и б), запишем задачу в общем виде: увеличили число на p%, а затем полученное уменьшили на p%, то a(1 – (0,01p)2)

4. Если при вычислении процентов на каждом следующем шаге исходят от величины, полученной на предыдущем шаге, то пользуются формулой сложных процентов (проценты на проценты) b = a(1 + 0,01p)n

Задача 1.

Цену товара снизили на 30%, затем новую цену повысили на 30%. Как изменилась цена товара?

Решение: пусть первоначальная цена товар «а», тогда используя формулу, получим:

a(1 – p2 : 1002) = a(1 – 0,32) = 0,91a

Ответ: цена снизилась на 9%.

Задача 2.

Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 250 р. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4% от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на неделю?

Решение:

Так как 4 % от 250 р. составляют 10 р., то за каждый просроченный день сумма оплаты будет увеличиваться на 10р. Если родители просрочат оплату на день, то им придется заплатить

$250 + 10 = 260$ (р.),

На неделю $250 + 10 \cdot 7 = 320$ (р.)

Ответ: 320 р.

Задача 3.

Зонт стоил 360 р. В ноябре цена зонта была снижена на 15%, а в декабре еще на 10%. Какой стала стоимость зонта в декабре?

Решение:

Стоимость зонта в ноябре составляла 85% от 360 р., т.е. $360 \cdot 0{,}85 = 306$(р.) Второе снижение цены происходило по отношению к новой цене зонта; теперь следует искать 90% от 306 р., т.е. $306 \cdot 0{,}9 = 275{,}4$(р.).

Ответ: 275 р. 40 коп.

Задача 4.

При приеме на работу директор предприятия предлагает зарплату 4200р. Какую сумму получит рабочий после удержания налога на доходы физических лиц?

Решение:

1) (4200 – 400) · 0,13 = 494 р. – налог.

2) 4200 – 494 = 3706 р.

Замечание: При начислении налога на доходы физических лиц нужно учитывать стандартный вычет 400р., налог 13% берется от оставшийся суммы.

Ответ: 3706 р.

Задача 5.

Зарплату рабочему повысили сначала на 10%, а через год еще на 20%. На сколько процентов повысилась зарплата по сравнению с первоначальной?

Решение:

пусть зарплата рабочего была x, тогда

$b = x(1+ 0,1)(1 + 0,2) = 1.32x$

$1,32x – x = 0,32x$ Ответ: на 32%.

Задача 6.

Один покупатель купил 25% имевшегося куска полотна, второй покупатель 30% остатка, а третий - 40% нового остатка. Сколько (в процентах) полотна осталось непроданным?

Решение:

		Остаток
1	0,25 р	0,75 р
2	0,75х0,3=0,225	0,75 р=0,225 р=0,525 р

3	0,525х0,4=0,21	0,525 – 0,21=0,315 р

Пусть полотна было р. Первый купил 0,25р, осталось (1 - 0,25)р полотна, второй покупатель купил 0,3 · 0,75р = 0,225р, осталось 0,75р –0,225р = 0,525р, третий купил 0,4 · 0,525р = 0,21р, осталось 0,525р - 0,21р = 0,315р, что составляет 31,5% от р.

Ответ: 31,5%

Задача 7.

Цена входного билета на стадион была 180 рублей. После снижения входной платы число зрителей увеличилось на 50% , а выручка выросла на 25%.Сколько стал стоить билет после снижения?

Решение:

Пусть зрителей, до понижения цены, на стадион приходило А чел. и выручка составляла 180А руб. После понижения цены, цена 180 · р, зрителей стало 150А, выручка составляет 180 · р · 150 · А руб. С другой стороны, выручка повысилась на 25%, т.е. составляет 125 · 180А. Получаем 180 · р · 150 · А=125 · 180А., откуда р=125 : 150, тогда билет стоит 180 · 125 : 150 =

150 руб.

Ответ: 150 руб.

Выделение групп задач на проценты

При сортировке задач на проценты, можно выделить 3 основные группы: обычные задачи на проценты (повседневные, вычисления процентов от числа); задачи на смеси, растворы, сплавы; задачи банковских систем (кредиты, вклады).

Обычные задачи на проценты (повседневные).

В этот вид задач входят все задачи, начиная с простого вычисления процента от числа и заканчивая самыми разнообразными ситуациями нашей жизни, требующих вмешательство процентов. Текущий вид задач мы рассматривали в прошлой главе.

Задачи на смеси, растворы, сплавы.

Данный тип задач охватывает большой круг ситуаций – смешение товаров разной цены, жидкостей с различным содержанием соли, кислот различной концентрации, сплавление металлов с различным содержанием некоторого металла и пр. Лучше всего для таких задач подходит формула: nк = mв : mр; где n – концентрация, mв - масса вещества в растворе, mр - масса всего раствора.

Задачи банковских систем.

Задачи банковских систем – задачи, связанные с начислениями процентов в банке по вкладам и кредитам. Такие задачи обычно решаются по двум формулам:

1. Sn = So · (1 + pn : 100) - (формула простых процентов).

2. Sn = So · (1 + p : 100)n - (формула сложных процентов).

Sn - полученная сумма; So - начальная сумма; n – кол-во лет, где n = 1, 2, 3…

Задачи на смеси, растворы, сплавы.

Задача 8.

5 литров сливок с содержанием жира 35% смешали с 4 литрами 20%-ных сливок и к смеси добавили 1 литр чистой воды. Какой жирности получилась смесь?

Решение:

$0,35 \cdot 5 + 0,2 \cdot 4 = p \cdot (5 + 4 + 1)$, откуда $p = 0,255$, что составляет 25,5%

Ответ: 25,5%

Задача 9.

К 15 л 10%-ного раствора соли добавили 5%-ный раствор соли и получили 8%-ный раствор. Какое количество литров 5%-ного раствора добавили?

Решение:

Пусть добавили х л 5%-ного раствора соли. Тогда нового раствора стало (15 + х) л, в котором содержаться $0,8 \cdot (15 + x)$ л соли. В 15 л 10%-ного раствора содержится $15 \cdot 0,1 = 1,5$ (л) соли, в х л 5%-ного раствора содержится 0,05х (л) соли.

Составим уравнение.

$1,5 + 0,05x = 0,08 \cdot (15 + x);$

$x = 10.$

Ответ: добавили 10 л 5%-ного раствора.

Задачи банковских систем.

Задача 10.

Каким должен быть начальный вклад, чтобы при ставке 4% в месяц он увеличился за 8 месяцев до 33000 р.

Решение:

$So \cdot (1 + 8 \cdot 4 : 100) = 33000,$

$So = 33000 \cdot 3325 = 25000$ (р.). Ответ: 25000 р.

Задача 11.

Вкладчик открыл счет в банке, внеся 2000 р. на вклад, годовой доход по которому составляет 12%, и решил в течение 6 лет не брать процентные начисления. Какая сумма будет лежать на его счете через 6 лет?

Решение:

Воспользуемся формулой сложных процентов

$S_n = S_o(1 + 100p)n$, получим

$S_6 = 2000(1 + 10012\ )6 = 2000 \cdot 1{,}126 = 2000 \cdot 1{,}9738225 = 3947{,}65$ (р.)

Ответ: 3947 р. 65 коп.

Задача 12.

При какой процентной ставке вклад на сумму 500 р. возрастет за 6 месяцев до 650 р.

Решение:

$500 \cdot (1 + 100*6\ p) = 650$,

$p = (650 : 500 – 1) \cdot 100 : 6$,

$p = 5$. Ответ: 5%.

Задачи на проценты в ЕГЭ.

Задания с процентами стали все чаще и чаще попадаться в различных олимпиадных заданиях, экзаменах, ЕГЭ. Все это говорит о том, что проценты используются в нашей жизни более актуально.

Задача 13.

В бидон налили 3 литра молока однопроцентной жирности и 7 литров молока шестипроцентной жирности. Какова жирность полученного молока (в процентах)?

Решение:

При решении этой задачи можно воспользоваться формулой $nк = mв : mр$ $nк = 3 \cdot 0{,}01 + 7 \cdot 0{,}06 : 10 = 0{,}03 + 0{,}42 : 10 = 0{,}45 : 10 = 0{,}045$

$0{,}045 \cdot 100\% = 4{,}5\%$

Значит, жирность полученного молока – 4,5%.

Задача 14.

Во время сезонных распродаж цена товара ежедневно снижалась на 10% по сравнению с ценой в предыдущий день. В первый день распродажи цена куртки была 3000 рублей. Определите, сколько раз снижалась цена куртки, если она была продана по цене на 813 рублей меньше первоначальной?

Решение:

3000(1 – 0,1)x= 2187

0,9x = 2187 : 3000 = 729 : 100

(109)x=(109)

3x = 3.

Ответ: цена снижалась три раза.

Задача 15

Агрофирма предполагает продать моркови на 10% меньше, чем в прошлом году. На сколько процентов агрофирма должна повысить цену на свою морковь, чтобы получить за нее на 3,5% больше денег, чем в прошлом году.

Решение:

Пусть q0 – объем продаж прошлого года;

p0 – цена продаж прошлого года;

p0q0 – выручка прошлого года;

q1 – объем продаж текущего года;

p1 – цена продаж текущего года;

p1q1 – выручка текущего года.

По условию задачи $p1q1$ 1,035 $p0q0$ причем $q1 = 0,9\ q0$

$p1 = (1 + x)\ p0$;

где x – доля повышения цены на морковь.

Значит, $(1 + x)\ p0 \cdot 0,9\ q0 = 1,035\ p0q0$,

$0,9(1 + x) = 1,035$

$0,9x = 1,035 – 0,9$

$x = (1,035 – 0,9) : 0,9$

$x = 0,15$.

Значит, агрофирма должна повысить цену на морковь на 15%, чтобы получить прибыль на 3,5% больше, чем в прошлом году.

Ответ: на 15%.

Заключение.

Проценты с каждым годом становятся все более актуальнее в современном обществе. Из – за их удобного отношения, все больше кампаний, предприятий, фирм, корпораций применяют их. Уже сейчас на каждом шагу можно встретить их в любой социальной среде. Хоть проценты и не очень хорошо изучаются в обычных учебных заведениях, но уже сейчас люди подставляют их в различные олимпиады, тестирования, ЕГЭ и в другие проверяющие знания задания. Производить процентные расчеты необходимо уметь каждому человеку не только для успешной аттестации в школе, но и для того чтобы знать широту их применения во взрослой жизни. Современная жизнь делает задачи на проценты актуальными, так как сфера практического приложения процентных расчетов расширяется. Со временем проценты еще дальше протиснутся в нашу жизнь. И их незнание просто не позволит дальнейшему развитию общества.

Список использованной литературы

1. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика. Составители: Денищева Л.О., Глазков Ю.А. и др. – М.: Интеллект-Центр, 2004.

2. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика. Составители: Денищева Л.О., Глазков Ю.А. и др. – М.: Интеллект-Центр, 2005.

3. Математика. 8-9 классы: сборник элективных курсов. Авт. – сост. В. Н. Студенецкая, Л. С. Сагателова. – Волгоград: «Учитель», 2007. – 205 с.

4. Сборник задач по математике с решениями. 7-11 кл. Под ред. М.И.Сканави. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21век»; ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003.Письменный Д.Т. Готовимся к экзамену по математике. – М.: Айрис, Рольф, 1998.

5. Титаренко А.М. Форсированный курс подготовки к экзамену по математике. Практикум, 5770 задач. Учебное пособие. – М.: Эксмо, 2005.