

О диалоге

Существует несколько вариантов:

1. Родитель + ребенок;
2. Учитель + ученик;
3. Ученик + ученик, в данном случае один ученик участвует в роли автора, а другой в роли ученика. Оба они усваивают данный материал, регулярно меняя ролями;
4. Виртуальный репетитор (автор) + ученик 9-го класса;
5. Виртуальный репетитор (автор) + ученик 11-го класса;
6. Виртуальный репетитор (автор) + абитуриент.

Тема 1

Техника вычисления без калькулятора

Как правило, 90% учащихся пользуются калькулятором при вычислениях, не давая себе отчет, о том, чем это закончиться. В итоге они забывают даже таблицу умножения. К сожалению, калькулятором можно пользоваться только в том случае, если в условии записано «Вычислите с помощью калькулятора». Если же эта фраза в условии отсутствует, то ученик не имеет право пользоваться калькулятором.

1.1 Десятичные дроби. Обыкновенные дроби. Смешанные числа. Дробные выражения.

<i>Вы.</i>	Назови несколько обыкновенных дробей со знаменателем 10, 100, 1000 и т.д.
⇒	В случае, если ученик не понимает что такое обыкновенные дроби, необходимо с ним отработать понятие «Обыкновенные дроби с одинаковыми знаменателями. Смешанные числа».
Обыкновенные дроби с одинаковыми знаменателями. Смешанные числа.	
<i>Вы.</i>	Торт разделили на пять равных частей (эти равные части называют долями). Ты взял одну часть, я взял две части. Чему равна одна часть, две части этого торта?
<i>Ученик.</i>	Одна часть равна $\frac{1}{5}$ торта; две части равны $\frac{2}{5}$ торта.
<i>Вы.</i>	Как называют такие числа?
<i>Ученик.</i>	Обыкновенными дробями.
<i>Вы.</i>	Какое число записано в числителе и какое знаменателе дроби?
<i>Ученик.</i>	$\frac{1}{5}$ «1» в числителе, «5» в знаменателе; $\frac{2}{5}$ «2» в числителе,

	«5» в знаменателе.
Вы.	Ты взял $\frac{1}{5}$ торта, я взял $\frac{2}{5}$ торта, кто взял больше?
Ученик.	Вы.
Вы.	Тогда из двух обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями какая дробь, является большей и какая меньшей?
Ученик.	Больше та, у которой числитель больше, и меньше та, у которой числитель меньше, т.е. $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$.
Вы.	Назови несколько дробей, у которых числитель меньше, чем знаменатель.
Ученик.	$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{8}{9}$ и т. д.
Вы.	Как называются такие дроби?
Ученик.	Правильными.
Вы.	Назови несколько дробей, у которых числитель больше, чем знаменатель, или числитель равен знаменателю.
Ученик.	$\frac{10}{7}, \frac{9}{4}, \frac{5}{3}, \frac{6}{6}, \frac{7}{7}, \frac{8}{8}$ и т. д.
Вы.	Как называются такие дроби?
Ученик.	Неправильными.
Вы.	Знак какого арифметического действия заменяет черта дроби?
Ученик.	Знак деления, т.е. $\frac{2}{5} = 2 : 5, \frac{4}{4} = 4 : 4, \frac{7}{3} = 7 : 3$ и т. д.
Вы.	Тогда чему равно значение дроби в том случае, когда числитель равен знаменателю?
Ученик.	Единице, т.к. $\frac{4}{4} = 4 : 4 = 1, \frac{5}{5} = 5 : 5 = 1$ и т. д.
Вы.	А чему равно значение дроби $\frac{7}{3}$?
Ученик.	$\begin{array}{r l} 7 & 3 - \text{делитель} = \text{знаменатель} \\ - 6 & 2 - \text{неполное частное} = \text{целая часть} \\ \hline 1 & - \text{остаток} = \text{числитель} \end{array}$ <p>То есть $\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2\frac{1}{3}$.</p>
Вы.	Сравни дроби и сделай вывод:

Ученик.	Мы взяли вместе $\frac{3}{5}$ торта. Т.е. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$?
⇒	Желательно, чтобы ученик объяснил сам правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями.
Вы.	У меня было $\frac{3}{5}$ торта. Я отдал тебе $\frac{1}{5}$ торта. Сколько торта у меня осталось?
Ученик.	$\frac{2}{5}$ торта. Т.е. $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$?
⇒	Желательно, чтобы ученик объяснил сам правило вычитания обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями.
Вы.	Зная, что $3\frac{3}{5}$ это 3 арбуза и $\frac{3}{5}$ еще одного арбуза, сколько арбузов получится, если к $3\frac{3}{5}$ арбуза прибавит $2\frac{1}{5}$ арбуза.
Ученик.	Получится $5\frac{4}{5}$ арбуза. Т.е. $3\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5} = 5\frac{4}{5}$?
⇒	Желательно, чтобы ученик сам объяснил правило сложения смешанных чисел. Аналогично можно выводить правило вычитания смешанных чисел для того случая, когда дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого, например: $4\frac{5}{7} - 3\frac{2}{7} = 1\frac{3}{7}$. А в том случае, когда дробная часть уменьшаемого меньше, чем дробная часть вычитаемого, рекомендую отработать данное действие отдельно.
Вы.	$5\frac{3}{11} - 2\frac{5}{11}$. Найди разность.
Ученик.	$5\frac{3}{11} - 2\frac{5}{11} = \frac{58}{11} - \frac{27}{11} = \frac{31}{11}$.

Вы.	<p>Это возможно, но только в том случае, если числа небольшие, а если числа большие</p> <p>$\left(\text{например, } 256 \frac{25}{1974} - 123 \frac{37}{1974} \right)$, то подобное решение приводит к вычислительным ошибкам. По этому лучше вычислять следующим образом:</p> <p>$5 \frac{3}{11} = 4 \frac{14}{11}$, т.к. $5 \frac{3}{11} = 4 + 1 \frac{3}{11} = 4 + \frac{14}{11} = 4 \frac{14}{11}$, следовательно $5 \frac{3}{11} - 2 \frac{5}{11} = 4 \frac{14}{11} - 2 \frac{5}{11} = 2 \frac{9}{11}$.</p>
Далее ...	
Вы.	Чему равна дробная часть числа 6?
Ученик.	Это число целое, у него нет дробной части
Вы.	$6 - 2 \frac{4}{7}$. А можно ли от 0 отнимать $\frac{4}{7}$?
Ученик.	Нельзя, т.к. $0 < \frac{4}{7}$.
Вы.	Что означает $5 \frac{7}{7}$?
Ученик.	<p>Это означает 5 арбузов и $\frac{7}{7}$ еще одного арбуза.</p> <p>$\frac{7}{7} = 7 : 7 = 1$, составляет всего 6 арбузов.</p>
Вы.	Тогда как можно записать число 6 в виде смешанного числа?
Ученик.	$6 = 5 \frac{2}{2} = 5 \frac{3}{3} = 5 \frac{4}{4} = 5 \frac{5}{5} = 5 \frac{6}{6} = 5 \frac{7}{7} = 5 \frac{8}{8}$ и т.д.
Вы.	$6 - 2 \frac{4}{7}$. Как в этом случае представить число 6, чтобы выполнить вычитание?
Ученик.	$6 = 5 \frac{7}{7}$, т.е. $6 - 2 \frac{4}{7} = 5 \frac{7}{7} - 2 \frac{4}{7} = 3 \frac{3}{7}$
Вы.	Вернемся к началу. Назови несколько обыкновенных дробей со знаменателем 10, 100, 1000 и т.д.

<i>Ученик.</i>	$\frac{1}{10}, \frac{7}{10}, \frac{5}{10}, \frac{4}{100}, \frac{3}{1000}, \frac{17}{100}, \frac{123}{1000}, 1\frac{1}{10}, 2\frac{3}{100}, 4\frac{17}{100}$.
<i>Вы.</i>	Назови целую часть чисел: а) $\frac{1}{10}, \frac{7}{10}, \frac{4}{100}, \frac{3}{1000}, \frac{17}{100}, \frac{123}{1000}$; б) $1\frac{1}{10}, 2\frac{3}{100}, 4\frac{17}{100}$.
<i>Ученик.</i>	а) ноль целых; б) одна целая, две целых, четыре целых.
<i>Вы.</i>	Как по-другому записываются такие дроби? Например: $\frac{1}{10}, \frac{7}{10}, \frac{5}{10}, 4\frac{17}{100}$ и т.д.?
<i>Ученик.</i>	$\frac{1}{10} = 0,1; \frac{7}{10} = 0,7; \frac{5}{10} = 0,5; 1\frac{1}{10} = 1,1; 4\frac{17}{100} = 4,17$.
<i>Вы.</i>	Какое условие существует для записи десятичных дробей?
<i>Ученик.</i>	Сначала пишем целую часть, потом ставим запятую, а затем пишем числитель дробной части.
<i>Вы.</i>	А как быть в таких случаях: $\frac{4}{100}, \frac{3}{1000}, 2\frac{3}{100}, 5\frac{7}{1000}$ и т. д.?
<i>Ученик.</i>	После запятой количество знаков (цифр) должно быть столько же, сколько нулей стоит после единицы в знаменателе. А если в числителе количество цифр меньше, чем количество нулей после единицы в знаменателе, то перед числителем пишем недостающее количество нулей. Например: $\frac{4}{100} = \frac{04}{100} = 0,04; \frac{3}{1000} = \frac{003}{1000} = 0,003;$ $2\frac{3}{100} = 2\frac{03}{100} = 2,03; 5\frac{7}{100} = 5\frac{007}{1000} = 5,007.$

Вы.

**Самостоятельная работа
(конечный результат)**

1. Сравните дроби:

а) $\frac{3}{11}$ и $\frac{1}{11}$; б) $\frac{13}{16}$ и $\frac{15}{16}$; в) $\frac{7}{100}$ и $\frac{23}{100}$;

г) $\frac{1}{4}$ и $\frac{8}{8}$; д) $\frac{6}{6}$ и $\frac{9}{9}$; е) $\frac{19}{9}$ и $\frac{5}{12}$.

2. Запишите в виде дроби:

а) 4 : 7; б) 1 : 5; в) 13 : 4; г) 18 : 12; д) 6 : 1; е) 15 : 5.

3. Запишите в виде деления:

$\frac{13}{15}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{16}{12}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{18}$; $\frac{20}{4}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{18}{2}$; $\frac{199}{199}$; $\frac{a}{5}$; $\frac{x}{12}$; $\frac{y}{7}$;
 $\frac{(c-8)}{4}$; $\frac{10}{(e-3)}$.

4. Выделите целую часть числа:

а) $\frac{8}{3}$; б) $\frac{15}{3}$; в) $\frac{23}{23}$; г) $\frac{194}{29}$; д) $\frac{3047}{1000}$; е) $\frac{1028}{100}$.

5. Запишите в виде неправильной дроби:

а) $3\frac{1}{2}$; б) $5\frac{7}{9}$; в) $10\frac{2}{3}$; г) $9\frac{1}{10}$.

6. Найдите значения выражений:

1) $\frac{7}{100} + \frac{4}{100}$; 2) $\frac{6}{11} - \frac{2}{11}$;

3) $3\frac{2}{15} + 1\frac{4}{15}$; 4) $7\frac{7}{20} - 3\frac{1}{20}$;

5) $4 + 1\frac{3}{7}$; 6) $9\frac{7}{12} - 6$; 7) $10\frac{3}{8} - 7\frac{5}{8}$;

8) $7 - \frac{5}{12}$; 9) $8 - 3\frac{5}{9}$.

	<p>7. Запишите в виде десятичной дроби: а) $\frac{2}{10}$, $\frac{13}{100}$, $\frac{127}{1000}$, $\frac{1033}{10000}$; б) $\frac{2}{100}$, $\frac{13}{1000}$, $\frac{127}{10000}$, $\frac{26}{10000}$; в) $1\frac{3}{10}$, $5\frac{7}{100}$, $17\frac{23}{1000}$, $4\frac{5}{10000}$.</p> <p>8. Запишите в виде обыкновенной дроби: а) 3,5; 2,04; 13,002; 0,27; 0,0049; б) 1,1; 1,01; 1,001; 45,00001; 9,9999.</p>
<i>Ученик.</i>	...
<i>Далее...</i>	
<i>Вы.</i>	<p>Сравни дроби: а) $27\frac{1}{10}$ и $13\frac{7}{10}$; б) $\frac{9}{100}$ и $\frac{11}{100}$;</p>
<i>Ученик.</i>	<p>а) $27\frac{1}{10} > 13\frac{7}{10}$, т.к. $27 > 11$; б) $\frac{9}{100} < \frac{11}{100}$, т.к. $9 < 11$.</p>
<i>Вы.</i>	<p>Запиши в виде десятичной дроби и сравни. а) $27\frac{1}{10}$ и $13\frac{7}{10}$; б) $\frac{9}{100}$ и $\frac{11}{100}$.</p>
<i>Ученик.</i>	<p>а) $27\frac{1}{10} = 27,1$ и $13\frac{7}{10} = 13,7$; $27,1 > 13,7$, т.к. $27\frac{1}{10} > 13\frac{7}{10}$; б) $\frac{9}{100} = 0,09$ и $\frac{11}{100} = 0,11$; $0,09 < 0,11$, т.к. $\frac{9}{100} < \frac{11}{100}$.</p>

<i>Вы.</i>	Сравни: 0,3 и 0,03.
<i>Ученик.</i>	$0,3 = \frac{3}{10}$ и $0,03 = \frac{3}{100}$. Не знаю.
<i>Вы.</i>	Представь себе: арбуз разделили на 10 равных частей, взяли 3 части, значит взяли $\frac{3}{10}$ арбуза. Такой же арбуз разделили на 100 равных частей, взяли 30 частей, значит, взяли $\frac{30}{100}$ арбуза. Как ты думаешь, одинаково ли масса взятого арбуза в каждом случае?
<i>Ученик.</i>	Взяли одинаково.
<i>Вы.</i>	Значит, $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$, или $0,3 = 0,30$; $\frac{30}{100} = \frac{300}{1000}$, или $0,30 = 0,300$, т.е. $0,3 = 0,30 = 0,300 = 0,3000\dots$ Какой вывод можно сделать?
<i>Ученик.</i>	В конце дробной части десятичных дробей можно писать нули.
<i>Вы.</i>	Эти нули что-нибудь означают?
<i>Ученик.</i>	Нет. Их можно писать, а можно и не писать.
<i>Вы.</i>	Тогда сравни: 0,3 и 0,03.
<i>Ученик.</i>	$0,3 = \frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ и $0,03 = \frac{3}{100}$. $0,3 = 0,30 > 0,03$, т.к. $\frac{30}{100} > \frac{3}{100}$.
<i>Вы.</i>	$\underline{27},1 > \underline{13},7$, т.к. $27 > 13$. $0,\underline{09} < 0,\underline{11}$, т.к. $0 < 1$. $0,3 = 0,\underline{30} > 0,\underline{03}$, т.к. $3 > 0$. Какой вывод?
<i>Ученик.</i>	1. Сравниваем целые части. 2. Если целые части одинаковые, то сравни-

	<p>ваем первый знак дробной части (т.е. первый знак после запятой), если они одинаковые, тогда сравниваем второй знак после запятой и т.д.</p> <p>3. Если в одной из сравниваемых дробей число знаков после запятой меньше, чем другой, то сначала уравниваем число знаков после запятой, приписывая нули к концу дробной части, а затем сравниваем эти дроби.</p>
<i>Вы.</i>	<p>Сравни числа:</p> <p>1) 75,03 и 62,33; 7) 39 и 23,46;</p> <p>2) 42,5 и 42,5000; 8) 25 и 25,01;</p> <p>3) 1,6 и 1,63; 9) 3,008 и 4,0001;</p> <p>4) 0,8 и 0,799; 10) 5,3 и 5,30009;</p> <p>5) 0,703 и 0,713; 11) 1,009 и 1,999;</p> <p>6) 0,0014 и 0,01367; 12) 6,104 и 6,105.</p>
<i>Ученик.</i>	<p>...</p> <p>7) 39 и 23,46.</p> <p>39 = 39,00.</p> <p>39,00 > 23,46.</p> <p>39 > 23,46.</p> <p>...</p>
<i>Далее...</i>	
<i>Вы.</i>	<p>а) $5,4275 + 0,36$; б) $6,2 - 2,005$.</p> <p>Уравнивай количество знаков после запятой, представь каждую дробь в виде обыкновенной дроби и выполняй указанные действия (сложение или вычитание), а затем полученный результат представь в виде десятичной дроби.</p>
<i>Ученик.</i>	1-я запись.

	$\begin{aligned} \text{а) } 5,4275 + 0,36 &= 5,4275 + 0,3600 = \\ &= 5 \frac{4275}{10000} + \frac{3600}{10000} = 5 \frac{4275}{10000} + \frac{3600}{10000} = \\ &= 5 \frac{4275 + 3600}{10000} = 5 \frac{7875}{10000} = 5 \frac{7875}{10000} = 5,7875; \\ \\ \text{б) } 6,2 - 2,005 &= 6,200 - 2,005 = \\ &= 6 \frac{200}{1000} - 2 \frac{5}{1000} = 4 \frac{200 - 5}{1000} = 4 \frac{195}{1000} = 4,195. \end{aligned}$
<i>Вы.</i>	Этот же результат можно получить по-другому: уравнивай количество знаков после запятой, затем записывай слагаемое под слагаемым, вычитаемое под уменьшаемым, так, чтобы запятая оказалась под запятой.
<i>Ученик.</i>	$\begin{aligned} \text{а) } 5,4275 + 0,36 &= 5,4275 + 0,3600 = \\ &\begin{array}{r} 5,4275 \\ + 0,3600 \\ \hline \end{array} \\ \\ \text{б) } 6,2 - 2,005 &= 6,200 - 2,005 = \\ &\begin{array}{r} 6,200 \\ - 2,005 \\ \hline \end{array} \end{aligned}$
<i>Вы.</i>	А затем складывай или отнимай, не обращая внимания на запятую.
<i>Ученик.</i>	$\begin{array}{cc} \begin{array}{r} 5,4275 \\ + 0,3600 \\ \hline 5\ 7875 \end{array} & \begin{array}{r} 6,200 \\ - 2,005 \\ \hline 4\ 195 \end{array} \end{array}$
<i>Вы.</i>	Теперь в полученном результате поставь запятую <i>под запятыми</i> .
\Rightarrow	Нужно говорить «под запятыми», а не «под запятой», так как это нередко приводит к ошибкам. Часто ученики, не уравнивая количество знаков после запятой, складывают или отнимают «в столбик» и забывают о начале правила. Таким образом, примеры, записанные ими, выглядят сле-

	<p>дующим образом:</p> $+ \begin{array}{r} 5,4275 \\ \underline{0,36} \\ 543,11 \end{array} \quad \text{или} \quad + \begin{array}{r} 5,4275 \\ \underline{0,36} \\ 5,4311 \end{array}$ <p>А если ребенок хорошо запомнил словосочетание «под запятыми», то он сомневается в своем решении и начинает искать допущенную им ошибку, повторяя правило.</p>
<i>Ученик.</i>	<p>2-я запись.</p> $\text{а) } \begin{array}{r} 5,4275 \\ + \underline{0,3600} \\ 5,7875 \end{array} \quad \text{б) } \begin{array}{r} 6,200 \\ - \underline{2,000} \\ 4,195 \end{array}$
<i>Вы.</i>	Какая запись короче?
<i>Ученик.</i>	Вторая.
<i>Вы.</i>	Представь в виде десятичной дроби числа: 1,2,3,4,5,6,7 и т.д.
<i>Ученик.</i>	<p>1 = 1,000...</p> <p>2 = 2,000...</p> <p>3 = 3,000... и т.д.</p>
<i>Вы.</i>	<p>Вычисли:</p> <p>а) 238 + 8,64;</p> <p>б) 1 – 0,999;</p> <p>в) 240 + 0,0191;</p> <p>г) 112,944 – 99.</p>
<i>Ученик.</i>	<p>а) 238 + 8,64 = 238,00 + 8,64 =</p> $\begin{array}{r} 238,00 \\ + \underline{8,64} \\ \dots \end{array}$
<i>Далее...</i>	

<i>Вы.</i>	Как называются числа: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14 и т.д.
<i>Ученик.</i>	Натуральные.
<i>Вы.</i>	Почему $2 \cdot 2 = 4$; $2 \cdot 3 = 6$; $2 \cdot 4 = 8$ и т.д.
<i>Ученик.</i>	$2 \cdot 2 = \underbrace{2+2}_{\text{два слагаемых по два}} = 4.$ <p>Потому что: $2 \cdot 3 = \underbrace{2+2+2}_{\text{три слагаемых по два}} = 6.$</p> $2 \cdot 4 = \underbrace{2+2+2+2}_{\text{четыре слагаемых по два}} = 8.$
<i>Вы.</i>	Какой мы делаем вывод, например, $2 \cdot 4$?
<i>Ученик.</i>	Нахожу сумму четырех слагаемых, каждое из которых равно 2.
⇒	Как правило, все слабоуспевающие ученики плохо знают таблицу умножения. Если и ваш ребенок частично или полностью не усвоил таблицу умножения, не заставляйте его заучивать ее наизусть и не давайте ему пользоваться калькулятором. Постарайтесь, чтобы ребенок сам составлял таблицу умножения с помощью сложения.
<i>Вы.</i>	Найди произведение с помощью сложения. Например: $2,17 \cdot 3$.
<i>Ученик.</i>	1-я запись. $2,17 \cdot 3 = 2,17 + 2,17 + 2,17 = 6,51$.
<i>Вы.</i>	Умножай $2,17$ на 3 в столбик, не обращая внимания на запятую.
<i>Ученик.</i>	$\begin{array}{r} 2,17 \\ \times \quad 3 \\ \hline 651 \end{array}$
<i>Вы.</i>	В полученном результате, начиная справа, отде-

	ляй запятой столько же знаков, сколько их находится в десятичной дроби после запятой.
<i>Ученик.</i>	2-я запись. $\begin{array}{r} 2,17 \\ \times \quad 3 \\ \hline 6,51 \end{array}$
<i>Вы.</i>	Какой вывод можно сделать?
<i>Ученик.</i>	Мы получаем такой же ответ, как и в первой записи.
<i>Вы.</i>	Тогда какая запись короче и удобнее?
<i>Ученик.</i>	Вторая.
<i>Вы.</i>	Какое правило мы получили для умножения десятичных дробей на натуральное число?
<i>Ученик.</i>	Правило: 1. Умножаем десятичную дробь на натуральное число, не обращая внимания на запятую. 2. В полученном результате отделяем запятой, начиная справа, столько же знаков, сколько их находится после запятой в десятичной дроби.
<i>Вы.</i>	Вычисли: а) $7,8 \cdot 8$; б) $4,26 \cdot 5$; в) $0,032 \cdot 19$; г) $20,35 \cdot 13$; д) $123,72 \cdot 25$; е) $35,45 \cdot 19$; ж) $(5,3 + 3,9) \cdot 14$; з) $(11,436 - 1,025) \cdot 9$.
<i>Ученик.</i>	$\begin{array}{r} 7,8 \\ \times \quad 8 \\ \hline \dots \end{array}$
<i>Вы.</i>	В пунктах а) и б) можно вычислять устно, применяя распределительное свойство умножения и правило умножения десятичных дробей на натуральное число.
<i>Ученик.</i>	А как?

<i>Вы.</i>	Назови распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания.
<i>Ученик.</i>	<p>Чтобы сумму умножить на число, можно каждое слагаемое умножить на это число и сложить полученные результаты.</p> <p>$(a + b) \cdot c = ac + bc$ – относительно сложения.</p> <p>Чтобы разность умножить на число, можно это число умножить на уменьшаемое и на вычитаемое, а потом от полученного первого результата вычесть второй.</p> <p>$(a - b) \cdot c = ac - bc$ – относительно вычитания.</p>
<i>Вы.</i>	<p>Вычисли устно с помощью распределительного свойства умножения:</p> <p>а) $123 \cdot 8$; б) $16 \cdot 98$.</p>
<i>Ученик.</i>	<p>Устная работа ученика:</p> <p>а) $123 \cdot 8 = (100 + 20 + 3) \cdot 8 = 100 \cdot 8 + 20 \cdot 8 + 3 \cdot 8 = 800 + 160 + 24 = 984$;</p> <p>б) $16 \cdot 98 = 16 \cdot (100 - 2) = 16 \cdot 100 - 16 \cdot 2 = 1600 - 32 = 1568$.</p>
<i>Вы.</i>	<p>Вычисли устно:</p> <p>а) $0,25 \cdot 4$;</p> <p>б) $0,0004 \cdot 16$;</p> <p>в) $1,25 \cdot 8$;</p> <p>д) $0,016 \cdot 2$.</p>
<i>Ученик.</i>	<p>Устно:</p> <p>а) Умножаем, не обращая внимание на запятую, то есть $25 \cdot 4 = (20 + 5) \cdot 4 = 20 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 100$, в полученном результате отделяем запятой, начиная справа, два знака, получаем 1,00.</p> <p>б) Поступая аналогичным образом, получим 64. Приписывая два нуля спереди, так как в деся-</p>

	<p>тичной дроби после запятой 4 знака, получим 0,0064.</p> <p>...</p>
<i>Вы.</i>	<p>А теперь вычисли устно, подобным образом:</p> <p>а) $7,8 \cdot 8$; б) $4,26 \cdot 5$.</p>
<i>Ученик.</i>	...
Далее...	
<i>Вы.</i>	$1,5 : 3$. Как мы называем такое действие?
<i>Ученик.</i>	Деление десятичной дроби на натуральное число.
<i>Вы.</i>	Тогда что значит $1,5 : 3$?
<i>Ученик.</i>	Это означает надо найти: на какое число нужно умножить 3, чтобы получилось 1,5. Т.е. $3 \cdot ? = 1,5$.
<i>Вы.</i>	Это число должно быть в виде десятичной дроби или в виде целого числа?
<i>Ученик.</i>	В виде десятичной дроби.
<i>Вы.</i>	А после запятой сколько знаков?
<i>Ученик.</i>	Один знак. Ответ: 0,5.
⇒	<p>А как быть в таких случаях, когда устно найти частное не возможно? Для этого необходимо вместе с ребенком хорошо отработать два правила:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Как разделить десятичную дробь на натуральное число, если целая часть делимого больше, чем делитель, или равна ему? 2. Как разделить десятичную дробь на натуральное число, если целая часть делимого меньше, чем делитель?
<i>Вы.</i>	<p>1) $23,4 : 4$; 2) $15,45 : 15$.</p> <p>Выполняй деление, не обращая внимания на запятую, и поставь запятую в частном после того, как закончится целая часть в делимом.</p>

<p><i>Ученик.</i></p>	$1) \begin{array}{r} \underline{23,04} \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{24} \\ 24 \\ \underline{0} \end{array}$ $2) \begin{array}{r} \underline{15,45} \overline{) 15} \\ 15 \\ \underline{45} \\ 45 \\ \underline{0} \end{array}$ <p>Первое правило. Если целая часть делимого больше делителя или равна ему, то нужно делить, не обращая внимания на запятую, а в частном ставить запятую тогда, когда заканчивается деление целой части.</p>
<p><i>Вы.</i></p>	<p>А если целая часть меньше делителя, например: 1) $1,44 : 6$; $1 < 6$; 2) $0,273 : 13$; $0 < 13$.</p>
<p><i>Ученик.</i></p>	$1) \begin{array}{r} \underline{1,44} \overline{) 6} \\ 0, \\ \underline{0} \\ 14 \\ \underline{12} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$ $2) \begin{array}{r} \underline{0,273} \overline{) 13} \\ 0, \\ \underline{0} \\ 27 \\ \underline{26} \\ 13 \\ \underline{13} \\ 0 \end{array}$ <p>Сначала в частном пишем «0» и ставим запятую, а затем делим, не обращая внимания на запятую.</p>

	тянуть отстающего ученик. 5 класс. Тема 1. Сложение, вычитание, умножение, деление. Действия с натуральными числами».
<i>Вы.</i>	В некоторых случаях деление десятичной дроби на натуральное число можно выполнять устно.
<i>Ученик.</i>	А как?
<i>Вы.</i>	<p>По свойству деления, не обращая внимание на запятую, а затем в полученном результате отделить запятой, начиная справа, столько же знаков, сколько в десятичной дроби.</p> <p>Свойства деления:</p> <p>1. Чтобы сумму разделить на число, можно каждое слагаемое разделить на это число и сложить полученные результаты. $(a + b) : c = a : c + b : c$ Например: $6,45 : 3$.</p> <p>Устно: $645 : 3 = (600 + 30 + 15) : 3 = 600 : 3 + 30 : 3 + 15 : 3 = 215$. Значит, $6,45 : 3 = 2,15$.</p> <p>2. Чтобы разность разделить на число, можно уменьшаемое и вычитаемое разделить на это число, а потом от полученного первого результата вычесть второй. $(a - b) : c = a : c - b : c$ Например: $0,0475 : 5$.</p> <p>Устно: $475 : 5 = (500 - 25) : 5 = 500 : 5 - 25 : 5 = 95$. Значит, $0,0475 : 5 = 0,0095$.</p> <p>Выполни деление устно, подобным образом: а) $1,25 : 5$; б) $0,285 : 3$; в) $0,0068 : 2$; г) $20,5 : 5$; д) $15,6 : 3$; е) $3,96 : 4$; ж) $0,08008 : 8$; з) $12,24 : 12$; и) $8,91 : 9$.</p>
<i>Ученик.</i>	...

Далее...	
<i>Вы.</i>	Выполни умножение и деление: $12,5 \cdot 10;$ $12,5 : 10;$ $213,27 \cdot 100;$ $213,27 : 100;$ $2452,491 \cdot 1000;$ $2452,491 : 1000;$
<i>Ученик.</i>	Умножение: $\begin{array}{r} \times 12,5 \\ \hline 125,0 \end{array}$ $\times \begin{array}{r} 213,27 \\ \hline 21327,00 \end{array}$ $\times \begin{array}{r} 2452,491 \\ \hline 2452491,000 \end{array}$ Деление: $\begin{array}{r} \underline{12,5} \overline{)10} \\ \underline{1,25} \\ \dots \end{array}$ $\begin{array}{r} \underline{213,27} \overline{)100} \\ \underline{2,1327} \\ \dots \end{array}$ $\begin{array}{r} \underline{2452,491} \overline{)1000} \\ \underline{2,452491} \\ \dots \end{array}$
<i>Вы.</i>	$12,5 \cdot \underline{10} = 12\underline{5};$ $12,5 : \underline{10} = 1,\underline{25};$ $213,27 \cdot \underline{100} = 213\underline{27};$ $213,27 : \underline{100} = 2,\underline{1327};$ $2452,491 \cdot \underline{1000} = 2452\underline{491};$ $2452,491 : \underline{1000} = 2,\underline{452491};$ Какой вывод мы делаем?
<i>Ученик.</i>	При умножении на 10, 100, 1000 и т.д. запятая перемещается вправо, а при делении – влево на столько знаков, сколько нулей находится после единицы в множителе или в делителе.
<i>Вы.</i>	А если количество знаков после запятой или до запятой меньше, чем количество нулей после единицы? Например: $0,2 \cdot 100;$ $0,2 : 100.$
<i>Ученик.</i>	Тогда приписываем нули следующим образом:

Ученик.	увеличили десятичную дробь, то есть умножили на 10, 100, 1000 и т.д.
Вы.	Если запятую перенесли влево, то это означает ...
Ученик.	уменьшили десятичную дробь, то есть делили на 10, 100, 1000 и т.д.
Далее...	
Вы.	Как мы умножаем число на произведение двух чисел?
Ученик.	Чтобы число умножить на произведение двух чисел, нужно это число умножить на одно из них, а потом полученный результат умножить на второе число. $(a \cdot b) \cdot c = (a \cdot c) \cdot b$ или $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
Вы.	Как мы называем такое свойство умножения?
Ученик.	Сочетательным свойством.
Вы.	Вычисли, применяя сочетательное свойство умножения: $(3,251 \cdot 0,2) \cdot 10$.
Ученик.	$(3,251 \cdot 0,2) \cdot 10 = 3,251 \cdot (0,2 \cdot 10) = 3,251 \cdot 2 = 6,502$.
Вы.	Если произведение двух чисел умножить на третье число, то, что нужно сделать затем, чтобы получить произведение первых двух чисел?
Ученик.	Нужно полученный результат разделить на третье число.
Вы.	То есть, если произведение двух чисел умножить и разделить на одно и то же число, не равное нулю, то результат не изменится: $((a \cdot b) \cdot c) : c = a \cdot b$. Например: $((6 \cdot 5) \cdot 2) : 2 = 30 = 6 \cdot 5$. Применяя это свойство при $c = 10$, вычисли: $3,251 \cdot 10,2$.
Ученик.	1-я запись:

	справа, столько знаков, сколько их стоит после запятой в обоих множителях. Например: $0,483 \cdot 0,05$. Устно: $483 \cdot 5 = (400 + 80 + 3) \cdot 5 = 400 \cdot 5 + 80 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 2415$ или $483 \cdot 5 = (500 - 17) \cdot 5 = 500 \cdot 5 - 17 \cdot 5 = 2500 - 85 = 2415$. Значит, $0,483 \cdot 0,05 = 0,02415$. Вычисли устно, подобным образом: $12,7 \cdot 0,3$; $0,02 \cdot 0,376$; $0,04 \cdot 2,75$; $58,6 \cdot 0,4$; $2,5 \cdot 0,008$; $5,94 \cdot 0,07$; $0,21 \cdot 0,5$; $10,5 \cdot 0,0009$.
<i>Ученик.</i>	...
<i>Далее...</i>	
<i>Вы.</i>	Вычисли: $150 : 30$.
<i>Ученик.</i>	5.
<i>Вы.</i>	Делимое и делитель умножь на 10 и вычисли.
<i>Ученик.</i>	$150 : 30 = (150 \cdot 10) : (30 \cdot 10) = 1500 : 300 = 5$.
<i>Вы.</i>	Делимое и делитель раздели на 10 и вычисли.
<i>Ученик.</i>	$150 : 30 = (150 : 10) : (30 : 10) = 15 : 3 = 5$.
<i>Вы.</i>	Какой вывод можно сделать?
<i>Ученик.</i>	Если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то частное не изменится.
<i>Вы.</i>	А теперь примени это свойство для случая $1,5 : 0,5$, т.е. умножь и раздели на 10 делимое и делитель.
<i>Ученик.</i>	1) $1,25 : 0,5 = (1,25 \cdot 10) : (0,5 \cdot 10) = 12,5 : 5 = 2,5$; 2) $1,25 : 0,5 = (1,25 : 10) : (0,5 : 10) = 0,125 : 0,05 = ?$.
<i>Вы.</i>	А в каком случае можно найти частное и почему?

<i>Ученик.</i>	В первом. Так как умножая делимое и делитель на 10, я получил деление десятичной дроби на натуральное число.
<i>Вы.</i>	А как быть в таком случае: $3 : 0,75$.
<i>Ученик.</i>	Тогда делимое и делитель нужно умножить на 100, т.е. $3 : 0,75 = (3 \cdot 100) : (0,75 \cdot 100) = 300 : 75 = 4$.
<i>Вы.</i>	$1, \underline{2}5 : 0, \underline{5} = 12, \underline{5} : 5$. $3, \underline{0} \dots : 0, \underline{7}5 = 300 : 75$. Куда перешла запятая в этих примерах и на сколько знаков?
<i>Ученик.</i>	Запятая в делимом и делителе перешла вправо на столько же знаков, сколько их находится в делителе после запятой.
<i>Вы.</i>	А если количество знаков после запятой в делимом меньше, чем в делителе? Например: $1,44 : 0,0012$.
<i>Ученик.</i>	Тогда в конце дробной части делимого пишем нули, чтобы уравнять число знаков после запятой. $1, \underline{44} : 0, \underline{0012} = 1, \underline{4400} : 0, \underline{0012} = 14400 : 12 = 1200$. <small>2 знака 4 знака 4 знака 4 знака</small>
<i>Вы.</i>	Правило. Чтобы одну десятичную дробь разделить на другую десятичную дробь, нужно сначала перенести запятую вправо в делимом и в делителе на столько знаков, сколько их находится после запятой в делителе, а затем выполнить деление десятичной дроби на натуральное число. Представь в виде деления десятичной дроби на натуральное число: $3,5 : 1,2;$ $0,948 : 0,8;$ $0,0723 : 0,000003;$ $4,21 : 0,2;$ $0,0306 : 0,102;$ $128 : 0,08;$ $3,08 : 0,04;$ $5,04 : 2,425;$ $4 : 0,0008;$ $0,276 : 0,03;$ $0,00276 : 0,0003;$ $1 : 0,001.$

<i>Ученик.</i>	$3,5 : 1,2 = 35 : 12.$ $4,21 : 0,2 = 42,1 : 2.$...
<i>Далее...</i>	
<i>Вы.</i>	Вычисли: $2,3 \cdot 0,1;$ $2,3 : 0,1;$ $2,3 \cdot 0,01;$ $2,3 : 0,01;$ $2,3 \cdot 0,001;$ $2,3 : 0,001.$
<i>Ученик.</i>	$\begin{array}{r} \times 2,3 \\ \underline{0,01} \\ 0,23 \end{array} \quad \times \begin{array}{r} 2,3 \\ \underline{0,01} \\ 0,023 \end{array} \quad \times \begin{array}{r} 2,3 \\ \underline{0,001} \\ 0,0023 \end{array}$
<i>Вы.</i>	$02,3 \cdot \underline{0,1} = 0,23;$ $002,3 \cdot \underline{0,01} = 0,023;$ $0002,3 \cdot \underline{0,001} = 0,0023.$ Какой вывод?
<i>Ученик.</i>	При умножении числа на 0,1 запятая перешла на один знак влево, на 0,01 – на два знака влево, на 0,001 – на три знака влево. Т.е., при умножении числа на 0,1 и т.д. запятая переходит влево на столько же знаков, сколько нулей стоит перед единицей.
<i>Далее...</i>	
<i>Ученик.</i>	$2,3 : 0,1 = 23 : 1 = 23;$ $2,3 : 0,01 = 230 : 1 = 230;$ $2,3 : 0,001 = 2300 : 1 = 2300.$
<i>Вы.</i>	$2,3 : \underline{0,1} = 23;$ $2,3 : 00,01 = 2,30 : \underline{0,01} = 230;$ $2,3 : 0,001 = 2,300 : \underline{0,001} = 2300.$ Какой вывод?

<i>Ученик.</i>	При делении числа на 0,1 запятая перешла на один знак вправо, на 0,01 – на два знака вправо, на 0,001 – на три знака вправо. Т.е., при делении числа на 0,1 и т.д. запятая переходит вправо на столько же знаков, сколько нулей стоит перед единицей.
<i>Вы.</i>	<p>Правило: при умножении десятичной дроби на 0,1; 0, 01; 0, 001 и т.д. надо запятую перенести влево, а при делении- вправо на столько знаков, сколько нулей стоит перед единицей.</p> <p>А теперь выполни следующие действия и сделай вывод:</p> $3,14 \cdot 10 \qquad 3,14 : 0,1$ $3,14 \cdot 100 \quad \text{и} \quad 3,14 : 0,01$ $3,14 \cdot 1000 \qquad 3,14 : 0,001$ $3,14 : 10 \qquad 3,14 \cdot 0,1$ $3,14 : 100 \quad \text{и} \quad 3,14 \cdot 0,01$ $3,14 : 1000 \qquad 3,14 \cdot 0,001$
<i>Ученик</i>	$3,14 \cdot 10 = 31,4 \qquad 3,14 : 0,1 = 31,4$ $3,14 \cdot 100 = 314 \quad \text{и} \quad 3,14 : 0,01 = 314$ $3,14 \cdot 1000 = 3140 \qquad 3,14 : 0,001 = 3140$ <p>Вывод: умножение на 10 и т.д. и деление на 0,1 и т.д. дает одинаковый результат. Т.е., число увеличивается, запятая переходит вправо.</p> $3,14 : 10 = 0,314 \qquad 3,14 \cdot 0,1 = 0,314$ $3,14 : 100 = 0,0314 \quad \text{и} \quad 3,14 \cdot 0,01 = 0,0314$ $3,14 : 1000 = 0,00314 \qquad 3,14 \cdot 0,001 = 0,00314$ <p>Вывод: деление на 10 и т.д. и умножение на 0,1 и т.д. одно и то же. Т.е., число уменьшается, запятая переходит влево.</p>
<i>Вы.</i>	Выполни умножение и деление, перенося запя-

	тую: $121,347 \cdot 10;$ $121,347 : 0,1;$ $121,347 \cdot 100;$ $121,347 : 0,01;$ $121,347 \cdot 1000;$ $121,347 : 0,001;$ $121,347 \cdot 10000;$ $121,347 : 0,0001;$ $121,347 : 10;$ $121,347 \cdot 0,1;$ $121,347 : 100;$ $121,347 \cdot 0,01;$ $121,347 : 1000;$ $121,347 \cdot 0,001;$ $121,347 : 10000;$ $121,347 \cdot 0,0001.$
<i>Ученик.</i>	...
<i>Далее...</i>	
<i>Вы.</i>	Как мы называем такие выражения: $4,25 : 5 + 0,9 \cdot 6 - 3,4;$ $13 \cdot (16,4 : 8 + 6,2 - 0,85) - 49?$
<i>Ученик.</i>	Числовым выражением.
<i>Вы.</i>	А как называют число, которое мы получаем после выполнения всех действий?
<i>Ученик.</i>	Значением числового выражения.
<i>Вы.</i>	Если в числовом выражении нет скобок, то в какой последовательности выполняются действия, например: $4,25 : 5 + 0,9 \cdot 6 - 3,4?$
<i>Ученик.</i>	Если в выражении нет скобок, то действия выполняются таким образом: сначала выполняются действия второй ступени (умножение, деление) слева направо, а затем действия первой ступени (сложение, вычитание) так же слева направо, т.е., $4,25 : 5 + 0,9 \cdot 6 - 3,4.$
<i>Вы.</i>	А если в выражении есть скобки, например: $13 \cdot (16,4 : 8 + 6,2 - 0,85) - 4,9?$
<i>Ученик.</i>	Если в выражении есть скобки, то сначала в дан-

	<p>ном выражении надо выполнить все действия слева направо, которые находятся в скобках, а затем – остальные действия, тоже слева направо. Например:</p> $13 \cdot \left(16,4 : 8 + 6,2 - 0,85 \right)^5 - 4,9.$
<i>Вы.</i>	<p>А если $13 \cdot (16,4 : 8 + 62 \cdot 0,85 - 3,7) - 4,9$? Действия первой и второй ступеней в данном случае имеют какое-нибудь значение?</p>
<i>Ученик.</i>	<p>Да, имеют. В любом случае сначала выполняются действия 2-й ступени слева направо, а затем – действия 1-й ступени, тоже слева направо. То есть:</p> $13 \cdot \left(16,4 : 8 + 62 \cdot 0,85 - 3,7 \right)^6 - 4,9.$
<i>Вы.</i>	<p style="text-align: center;">Самостоятельная работа (конечный результат)</p> <p>1. Расположи десятичные дроби в порядке возрастания: 0,202; 2,202; 0,0202; 202; 0,222; 2,02.</p> <p>2. Расположи десятичные дроби в порядке убывания: 0,5005; 5,05; 0,0505; 505; 0,505; 5,505.</p> <p>3. Найдите значение выражений: 1) $95,1 : 3 \cdot 10 - 1,35 \cdot 6 : 90$; 2) $(4 - 3,94) \cdot 0,23 + 1,017 \cdot (1,82 + 8,18)$; 3) $(1,04 : 2,6 - 0,3) \cdot 0,81 + 0,56 \cdot 0,15 \cdot 10$; 4) $(149,04 : (0,9 + 1,1) \cdot 10 - 1,4 \cdot 27) : (6 \cdot 1,8 - 08)$; 5) $(45 : (0,05 + 0,2) : 100 - 0,009) \cdot (12,15 : (1 - 0,9) - 121,4)$.</p> <p>Ответы: 1) 316,91; 2) 10,1838; 3) 0,921; 4) 70,74; 5) 0,1791.</p>