«Диалог»

Я и мой ученик

Алгебра

7 класс

КАК ПОДТЯНУТЬ ОТСТАЮЩЕГО УЧЕНИКА

Занятия с репетитором

Бабаджан Агаев

«А.Б.А.Л.»

Москва

2020

Содержание

От автора

Уважаемые родители, учителя и ученики!

Вы должны знать о том, что для дальнейшей нормальной учёбы ребёнку необходима математическая база по предыдущей программе, неважно учиться ли все ещё в 7-м классе или уже закончил. Для семиклассника эта математическая база включает в себе восемь разделов:

1. Техника вычисления без калькулятора.

1.1 Десятичные дроби. Обыкновенные дроби. Смешанные числа. Дробные выражения.

1.2 Итоговая проверочная работа.

2. Положительные и отрицательные числа.

2.1 Сложение, вычитание, умножение, деление.

2.2 Раскрытие скобок.

2.3 Итоговая проверочная работа.

3. Уравнения с одним неизвестным.

3.1 Уравнение и его корни.

3.2 Линейное уравнение с одной переменной.

3.3 Решение задач с помощью уравнений.

3.4 Итоговая проверочная работа

4. Степень с натуральным показателем.

4.1 Определение степени с натуральным показателем.

4.2 Свойства степени с натуральным показателем.

4.3 Одночлены.

4.4 Многочлены.

4.5 Итоговая проверочная работа.

5. Разложение на множители многочленов.
5.1 Вынесение за скобки общего множителя.
5.2 Способ группировки.
5.3 Формулы сокращённого умножения.
5.4 Итоговая проверочная работа.
6. Алгебраические дроби (этот раздел не во всех учебниках входит в программу 7-го класса).
6.1 Рациональные выражения.
6.2 Сокращение алгебраических дробей.
6.3 Сложение и вычитание алгебраических дробей.
6.4 Умножение и деление алгебраических дробей.
6.5 Совместные действия над алгебраическими дробям.
6.6 Итоговая проверочная работа.
7. Функции.
7.1 Функции и их графики.
7.2 Линейное уравнение с двумя переменными и ее график.
8. Системы линейных уравнений.
8.1 Решение системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными графическим способом.
8.2 Решение систем уравнений способом подстановки и способом сложения.
8.3 Решение текстовых задач с помощью систем уравнений.
8.4 Итоговая проверочная работа.

Родителям:

Если же вы частично (или полностью) забыли эту программу, то достаточно будет последовательно ознакомиться с данным пособием, чтобы за минимальный срок усвоить необходимую математическую базу.

Следуя моим советам и тщательно отрабатывая каждый раздел со своим ребёнком, уверен, вы добьётесь успеха!

Каждый раздел включает в себя разъяснения тем и понятий, построенных в виде диалога, задания для закрепления пройдённого материала и итоговую проверочную работу.

Учителям:

Если вы решили заняться репетиторством, то настоятельно рекомендую не стараться отрабатывать с учеником все в той последовательности и в том объёме, который даётся в школьных учебниках. Это очень долго и утомительно. Опыт показывает, что предложенная мной методика разъяснения материала даёт возможность подтянуть даже отстающего ученика за короткий срок.

Выпускникам 9-го и 11-го класса, абитуриентам:

Каждый раздел включает в себя разъяснения тем и понятий, решения задач, связанные с данной теорией, которые необходимы для сдачи ГИА и ЕГЭ. То есть вы работаете по принципу: **нельзя усвоит математику, решая один два примера, а усваивая теорию для данной программы можно решить любой пример. Теория одна, а примеров миллион.** Вы усваиваете теорию и решаете задачи любого уровня. Это означает, что вы можете выполнить не только обязательную часть из ГИА и ЕГЭ, чтобы получить аттестат, но и вторую (сложную) часть для того, чтобы продолжить учёбу в 10 классе или поступить в ВУЗ. Данный материал является начальным этапом **для подготовки в ВУЗ, а продолжение следует в последующих программах, изучаемых старших классах.**

О диалоге

Существует несколько вариантов:
1. Родитель + ребёнок;
2. Учитель + ученик;
3. Ученик + ученик, в данном случае один ученик участвует в роли автора, а другой в роли ученика. Оба они усваивают данный материал, регулярно меняя ролями;
4. Виртуальный репетитор (автор) + ученик 9-го класса;
5. Виртуальный репетитор (автор) + ученик 11-го класса;
6. Виртуальный репетитор (автор) + абитуриент.

Несколько слов о методике и программе

Если ответы ребёнка частично или полностью не соответствуют тем ответам, которые приводятся в диалоге, то вы должны поправить ребёнка или ответить за него, не выходя за рамки диалога. Конечно же, было бы лучше, если бы ребёнок сам дал ответ на вопрос, пусть даже неправильный. Необходимо напомнить ребенку, что данная работа является для него повторением пройдённого материала. Да, он эту тему прошёл, но, к сожалению, полностью не усвоил. Разъяснение различных тем и понятий в форме диалога позволяет подключить ребёнка к активной работе и заставляет вспомнить все пройдённое им ранее в школе. Работа должна быть двусторонней. Без активного участия ребёнка в диалоге ваши попытки помочь ему потерпят фиаско.

Молчание ребёнка говорит о том, что он не подключён к работе или рассматриваемая тема ему не знакома. Зная характер ребёнка, в данной ситуации несложно определить: ребёнок не работает, или он действительно не знает данной темы. В случае, когда ребёнок говорит, что он все это знает, предложите ему итоговую проверочную работу по данному разделу. Ребёнок обязан выполнить проверочную работу на «4» или «5». В противном случае вам следует убедить ребёнка в том, что данный раздел нужно усвоить от начала до конца. Подобным образом, определяя уровень знаний ребёнка по каждому разделу, вы приступаете к усвоению этих разделов.

Как оценивать итоговую проверочную работу

Если вы объясняли материал в соответствии с той последовательностью и с той методикой, которые предлагаются автором, и выполняли все авторские рекомендации, ребёнок должен выполнять проверочную работу в двух вариантах без ошибок. Эта проверочная работа является конечным результатом, подтверждающим усвоение ребёнком материала данного раздела математики. Если результат проверочной работы невысок, то вам не стоит торопиться приступать к усвоению новой темы. Ещё раз проработайте предыдущий раздел, обращая особое внимание на те ошибки, которые были допущены учеником в проверочной работе. Подберите новые примеры, составьте подобную проверочную работу, пользуясь школьными учебниками и методическими пособиями. Если проверочная работа сделана ребёнком на «4» или «5» («удовлетворительно» это мало), переходите к новому разделу. Это также необходимо для того, чтобы ребёнок видел результаты своего труда, иначе вы неизбежно столкнётесь с теми же ошибками и будете вынуждены вернуться назад.

Желаю вам успехов!

Тема 4

Степень с натуральным показателем

4.1 Определение степени с натуральным показателем

Вы.	Какие арифметические действия мы знаем из начальной школы?
Ученик.	Сложение, вычитание, умножение, деление.
Вы.	$2 \cdot 2 \cdot 2$, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ и т. д. – это произведение, которое состоит из одинаковых множителей. Как по – другому можно записать это произведение?
Ученик.	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ и т. д.
Вы.	Как называется такая запись?
Ученик.	Степенью.
Вы.	Тогда, с помощью какого действия выполняется степень?

Ученик.	С помощью умножения, т.е. $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8, \quad 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81.$
Вы.	Как называются повторяющийся множитель и число повторяющихся множителей?
Ученик.	Повторяющийся множитель называют ***основанием степени***, а число повторяющихся множителей ***показателем степени***.
Вы.	Итак, что такое степень?
Ученик.	Степень – это действие, которое выполнятся с помощью умножения, и состоит из нескольких одинаковых множителей.
Вы.	То есть, произведение, которое состоит из нескольких одинаковых множителей называют степенью и записывают так: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}} = a^n$, где a – любое число, n – натуральное число и n больше 1. По – другому: **Степенью числа a с натуральным показателем n, больше 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a. Степенью числа a**

	с показателем 1 называется само число $\boldsymbol{a}$. А теперь, выдели в записи $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}} = a^n$ понятие «степень».
Ученик.	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}} = \{\boldsymbol{a^n}\}$.
⇨	Если ученик выделяет только $\{a\}$ или только $\{n\}$, то это означает, что он недостаточно понял понятие «степень». В таком случае нужно повторять вопрос до тех пор, пока получите желаемый результат. Ученик должен выделять a и n вместе, а не по отдельности, т. е. так: $\{a^n\}$.
Вы.	А как называется a и n в записи a^n?
Ученик.	a – основание степени, n – показатель степени.
Вы.	1. Выполни действие: а) 4^3; б) $(-5)^2$; в) 0^9; г) 1^7. 2. Назови основание и показатель степени: а) $(-3)^4$; б) -3^5; в) $(-2)^6$; г) -2^8.
Ученик.	1. … в) $0^9 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

	г) $1^7 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$. Вывод: $0^n = 0$ для любого n; $1^n = 1$ для любого n. 2. а) $(-3)^4$. Основание -3, показатель 4; б) -3^5. Основание 3, показатель 5; в) $(-2)^7$. Основание -2, показатель 7; г) -2^8. Основание 2, показатель 8.
Вы.	**Вычисление значения степени называют действием возведения в степень.** Вычисли и сделай вывод: а) $(-2)^4$; б) -2^4; в) $(-3)^3$; г) -3^3.
Ученик.	а) $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$. **Вывод: если знак минус в скобках (основание степени отрицательное число), а показатель чётное число, то результат будет положительным.** б) $-2^4 = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16$. **Вывод: если знак минус не в скобках (основание степени положительное**

	число), а показатель чётное число, то результат будет отрицательным.	
⇨	В подобных случаях у ученика возникает вопрос: почему результат будет отрицательным? Для объяснения необходим такой диалог:	
	Вы.	Назови основание степени.
	Ученик.	2.
	Вы.	**При возведении в степень положительного числа получается положительное число,** а минус можно представить в виде множителя -1, то есть $-2^4 = -1 \cdot 2^4 = -1 \cdot 16 = -16$.
	в) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$. г) $-3^3 = -(3 \cdot 3 \cdot 3) = -27$. **Вывод: если показатель нечётное число, а знак минус в скобках (основание степени отрицательное число) или не в скобках (основание степени положительное число), то результат всегда будет отрицательным.**	
Вы.	Определи знак выражения, не выполняя вычислений: а) $(-5)^{40}$; б) -5^{88}; в) $(-4)^{23}$; г) -4^{45}; д) $-(-15)^2$; е) $-(-12)^5$; з) $-(-22)^2$;	

	и) $-(-11)^7$.
Ученик.	... д) $-(-15)^2$. Ответ: отрицательный. е) $-(-12)^5$. Ответ: положительный.
Вы.	Найди значение выражений устно: а) x^2; $-x^2$; $(-x)^2$ *при* $x = 3$; -4. б) x^3; $-x^3$; $(-x)^3$ *при* $x = 2$; -3.
Ученик.	… ⇨ Правильный результат ученика выглядит так: а) x^2; $-x^2$; $(-x)^2$ *при* $x = 3$; -4. 9; -9; 9. 16; -16; 16. б) x^3; $-x^3$; $(-x)^3$ *при* $x = 2$; -3. 8; -8; -8. -27; 27; 27. В случае, если ученик допускают ошибку, то настаивайте в письменном оформлении работы, чтобы ученик убедился в том, что почему такой результат получается. Например: $-x^3$, а $x = -3$. Неверный результат ученика -27.

	Письменное оформление ученика: Если $x = -3$, то $-x^3 = -(-3)^3 = 27$.
Вы.	А теперь, попробуем возвести в степень числа 10, 100, 1000, … устно. $10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$ $100^2 = 100 \cdot 100 = 10000;$ $1000^2 = 1000 \cdot 1000 = 1000000;$ … Какой вывод?
Ученик.	$10^2 = 100;\ 100^2 = 10000;\ 1000^2 = 1000000;$ … **Вывод: если количество нулей после единицы умножит на показатель, то получим количество нулей в конечном результате:** $1\,\underbrace{0^2}_{1\times2=2} = 1\,\underbrace{00}_{2\ \text{нуля}};\quad 1\,\underbrace{0^3}_{1\times3} = 1\,\underbrace{000}_{3\ \text{нуля}};\quad \ldots$ $1\,\underbrace{00^2}_{2\times2=4} = 1\,\underbrace{0000}_{4\ \text{нуля}};\quad 1\,\underbrace{00^3}_{2\times3=6} = 1\,\underbrace{000000}_{6\ \text{нулей}};\quad \ldots$ $1\,\underbrace{000^2}_{3\times2=6} = 1\,\underbrace{000000}_{6\ \text{нулей}};\quad 1\,\underbrace{000^3}_{3\times3=9} = 1\,\underbrace{000000000}_{9\ \text{нулей}};$

	… $1\,\underbrace{0000}_{4\times2=8}{}^2 = 1\,\underbrace{00000000}_{8\ \text{нулей}};$ $1\,\underbrace{0000}_{4\times3=12}{}^3 = 1\,\underbrace{000000000000}_{12\ \text{нулей}}$ …
Вы.	А теперь, применяй этот вывод в обратном порядке. Например, для числа $1\,\underbrace{000000000000}_{12\ \text{нулей}}$.
Ученик.	А как?
Вы.	Назови все делители 12.
Ученик.	1, 2, 3, 4, 6, 12.
Вы.	Тогда, сколько записей степени существует для данного числа?
Ученик.	6 записей: $1000000000000^1 = 10^{12} = 100^6 = 1000^4 =$ $= 10000^3 = 1000000^2.$
Вы.	1. Определи количество нулей после единицы в конечном результате: а) 100^9; б) 1000^{15}.

	2. Сколько записей степени существует, и какие они: а) $1\underbrace{0\ldots}_{18\text{ нулей}}$; б) $1\underbrace{0\ldots}_{45\text{ нулей}}$
Ученик.	1. а) 18 нулей; … 2. а) 6 записей: $1000000000000000000^1 = 10^{18} = 100^9 =$ $= 1000^6 = 1000000^3 = 1000000000^2.$ …
Вы.	Запиши в виде степени с основанием 10: 1) 10 млн; 2) 100 млн;
Ученик.	1) 10 млн $= 10\ 000\ 000 = 10^7$; 2) 100 млн $= 100\ 000\ 000 = 10^8$.
Вы.	А теперь попробуем возвести в степень устно десятичные дроби, которые начинаются на 0, …. Например: $0,2^2$; $0,2^3$; $0,02^4$; $0,0003^2$; … $0,2^2 = 0,04$; $0,2^3 = 0,008$;

	$0{,}02^4 = 0{,}00000016$; $0{,}0003^2 = 0{,}00000009$; … Какой вывод?
Ученик.	**Число, отличное от нуля после запятой возводим в степень – результат записываем в конце. Если количество знаков после запятой умножит на показатель, то определим количество знаков в конечном результате после запятой:** $0,\underbrace{2^2}_{1\times2=2} = 0,\underbrace{04}_{2\text{ знака}}$ (в конце 4, т. к. $2^2 = 4$); $0,\underbrace{2^3}_{1\times3=3} = 0,\underbrace{008}_{3\text{ знака}}$ (в конце 8, т. к. $2^3 = 8$); $0,\underbrace{02^4}_{2\times4=8} = 0,\underbrace{00000016}_{8\text{ знаков}}$ (в конце 16, т. к. $2^4 = 16$); $0,\underbrace{0003^2}_{4\times2=8} = 0,\underbrace{00000009}_{8\text{ знаков}}$ (в конце 9, т. к. $3^2 = 9$); …
Вы.	Выясни, сколько знаков получиться после запятой в конечном результате:

	а) $0{,}001^9$; б) $0{,}00002^{10}$.
Ученик.	а) 27 знаков; б) …
Вы.	Вычисли устно: а) $0{,}01^5$; б) $0{,}005^2$; в) $0{,}25^2$; г) $0{,}0003^3$.
Ученик.	… в) $0{,}25^2 = 0{,}0625$; … ⇨Устная работа ученика: $25^2 = 625$, четыре знака после запятой в конечном результате, т. к. $2 \times 2 = 4$.
⇨	Ученики допускают различные ошибки при возведении в степень: 1. В знаках. Причина: не замечают основание – отрицательное или положительное число (знак минус в скобках или не в скобках); показатель – чётное или нечётное число. 2. Когда возводят в степень круглое число или десятичные дроби устно. Вышеизложенные шаблоны хорошо помогают ученикам, если их применять в том виде, который предлагает автор.
Вы.	Действие возведение в степень называют действием третьей ступени. При вычисле-

нии значения выражения, не содержащего скобки, сначала выполняют действия третьей ступени, затем второй (умножение и деление) и, наконец первой (сложение и вычитание).

Самостоятельная работа (конечный результат)

1. Найди значение выражений устно с помощью шаблон:

1) $(-10)^6$; 2) -10^6; 3) $(-0{,}4)^3$; 4) $-0,4^3$;

5) $-1^3+(-2)^3$; 6) $-6^2-(-1)^4$;

7) $8\cdot 0,5^3+25\cdot 0,2^3$.

2. Запиши в виде степени с основанием 10:

1) $1\ 000$ млн; 2) 10^2 млн.

Ответы: **1.** 1) $1\ 000\ 000$; 2) $-1\ 000\ 000$;

3) $-0{,}064$; 4) $-0{,}064$; 5) -9; 6) -37; 7) 2.

2. 1) 10^9; 2) 10^8.

Дополнительные задания для закрепления материала

1. Вычисли:

1) 10^5; 2) $(-10)^8$; 3) 100^4; 4) -100^2; 5) 1000^3;

6) $(-100)^4$; 7) $0,3^3$; 8) $-0,03^2$; 9) $(-0,6)^3$; 10) $(-0,05)^2$;

11) $-0,01^4$; 12) $-0,12^2$; 13) $(0,1)^4 \cdot 10^5$; 14) $10^4 \cdot (0,1)^5$;

15) $(-4)^2 \cdot (0,01)^3$; 16) $(-0,5)^3 \cdot 10^3$; 17) $(-3)^3 - 1^7$;

18) $-4^2 + (-2)^4$; 19) $2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 2^4$;

20) $0,02^3 \cdot 1000^2 + (-0,001)^2 \cdot 100^3$.

Ответы: 1) 100 000; 2) 100 000 000; 3) 100 000 000;

4) − 10 000; 5) 1 000 000 000; 6) 100 000 000; 7) 0,027;

8) − 0,0009; 9) − 0,216; 10) 0,0025; 11) − 0,00000001;

12) − 0,0144; 13) 10; 14) 0,1; 15) 0,000016; 16) − 125;

17) − 28; 18) 0; 19) 114; 20) 9.

2. Чему равны значения выражений:

а) x^2; $-x^2$; $(-x)^2$ при $x = 4$; -3.

б) x^3; $-x^3$; $(-x)^3$ при $x = 3$; -5.

Ответы: а) 16; −16; 16; 9; −9; 9.

б) 27; −27; −27; −125; 125; 125.

3. Найдите значение выражений:

1) $(-0{,}1)^4 \cdot 10^5$; 2) $-10^4 \cdot (0{,}01)^2$; 3) $-2^3 + (-1)^3$;

4) $-1^4 + (-6)^2$; 5) $(-3)^4 - \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 6\frac{1}{4}$;

6) $(0{,}02)^3 \cdot 250000 - (-0{,}04)^2 \cdot 1250$;

7) $10^6 \cdot (-0{,}05)^3 + 25 \cdot (-0{,}2)^2$.

Ответы: 1) 10; 2) -1; 3) -9; 4) -37; 5) 80; 6) 2; 7) -124.

4. Определить знак выражения, не выполняя вычислений:

1) $(-3)^5$; 2) $(-1{,}7)^7$; 3) $(-8)^8$; 4) $(-3)^{10}$; 5) -19^2;

6) $-1{,}7^4$; 7) $-(-12)^5$; 8) $-(-11)^7$; 9) $-(-15)^2$;

10) $-(-22)^2$; 11) -33^3; 12) -27^5.

Ответы: 1) отрицательный; 2) отрицательный; 3) положительный; 4) положительный; 5) отрицательный; 6) отрицательный; 7) положительный; 8) положительный; 9) отрицательный; 10) отрицательный; 11) отрицательный; 12) отрицательный.

5. Запишите в виде степени:

1) с основанием 10: а) 10^3 млн; б) 10^5 млн.

2) с основанием 100: а) 10 000 млн; б) 1 000 000 млн.

Ответы: 1. 10^9; 10^{11}. 2. 100^5; 100^6.

4.2 Свойство степени с натуральным показателем	
Вы.	$a^m \cdot a^n$, где a – любое число, m и n – натуральные числа. Как мы называем такое произведение?
Ученик.	Умножение степеней с одинаковыми основаниями.
Вы.	Как поступают при умножении степеней с одинаковыми основаниями?
Ученик.	**При умножении с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели степеней складывают: $\boldsymbol{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$.**
Вы.	Доказжи.
Ученик.	Например: $a^2 \cdot a^3$. По определению степени получим: $a^2 \cdot a^3 = (a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a^5 \quad (5 = 2 + 3)$.

	Аналогичным образом докажем, что $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. $a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ раз}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}} =$ $= \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{(m+n) \text{ раз}} = a^{m+n}$.
Вы.	$a^m : a^n$, где a– любое число, кроме нуля, m и n – натуральные числа, такие, что $m > n$. Как называется это частное и как поступают в подобных случаях?
Ученик.	Деление степеней с одинаковыми основаниями. **При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя:** $\boldsymbol{a^m : a^n = a^{m-n}}$, **где** $\boldsymbol{a \neq 0}$, $\boldsymbol{m > n}$.
Вы.	$(a \cdot в)^m$. Как называется это выражение и как поступают в подобных случаях?
Ученик.	Возведение в степень произведения. **При возведении в степень произведения возводят в эту степень каждый**

	множитель и результаты перемножают: $(a \cdot в)^m = a^m \cdot a^m$.
Вы.	Как называется выражение $(a^m)^n$ и как поступают в этом случае?
Ученик.	Возведение степени в степень. **При возведении степени в степень основание оставляют тем же, а показатели перемножают: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.**
Вы.	А такое выражение $\left(\frac{a}{в}\right)^m$, где $в \neq 0$ и как поступают в этом случае?
Ученик.	Возведение в степень дроби. **При возведении в степень дроби в эту степень возводятся числитель и знаменатель: $\left(\frac{a}{в}\right)^m = \frac{a^m}{в^m}$, где $в \neq 0$.**
Вы.	Итак, какими свойствами обладает возведение в степень?
Ученик.	1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, где a – любое число, m и n – натуральные числа – **умножение степеней с одинаковыми основаниями;** 2. $a^m : a^n = a^{m-n}$, где a – любое число, кроме нуля m и n – натуральные числа,

	такие, что $m \succ n$– **деление степеней с одинаковыми основаниями;** 3. $(a \cdot в)^m = a^m \cdot a^n$, где a и $в$ – любые числа, m – натуральное число – **возведение в степень произведения;** 4. $(a^m)^n = a^{m \cdot п}$, где a – любое число, m и n – натуральные числа – **возведение степени в степень;** 5. $\left(\frac{a}{в}\right)^m = \frac{a^m}{в^m}$, где a – любое число, $в$ – любое число, кроме нуля, m – натуральное число – **возведение в степень дроби.**
⇨	Очень важно, чтобы ученик запомнил общий вид, название и словосочетание каждого свойства, не сокращая. Как правило, ученик сокращает словосочетание в правилах, когда произносит вслух, а это приводит к различным ошибкам.
Вы.	1) x^7x^9; 2) $mm^3m^2m^5$; 3) $в^{17} : в^{11}$; 4) $p^{20} : p$; 5) $x^5 \cdot x^n$; 6) $c^6 : c^m$; 7) $2^{4n} : 2^{2n}$; 8) $3^{5n+2} : 3^{4n}$. Для каждого случая выясни: какое это свойство и представь в виде степени.
Ученик.	1) ... 2) $mm^3m^2m^5$ – умножение степеней с одинаковыми основаниями. Основание

	оставляем прежним, а показатели степеней складываем: $mm^3m^2m^5 = m^{1+3+2+5} = m^{11}$. 3) ... 4) $p^{20}:p$ – деление степеней с одинаковыми основаниями. Основание оставляем прежним, а из показателя степени делимого вычитаем показатель степени делителя: $p^{20}:p = p^{20-1} = p^{19}$. 5) $x^5 \cdot x^n$ – умножение степеней с одинаковыми основаниями. Основание оставляем прежним, а показатели складываем: $x^5 \cdot x^n = x^{5+n}$. 6) ... 7) ... 8) $3^{5n+2}:3^{4n}$ – деление степеней с одинаковыми основаниями. Основание оставляем прежним, а из показателя степени делимого вычитаем показатель степени делителя: $3^{5n+2}:3^{4n} = 3^{(5n+2)-4n} = 3^{n+2}$.

Вы.	$a^n : a^n$, где $a \neq 0$, n – любое натуральное число. Представь в виде степени и сделай вывод.
Ученик.	$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$. Так как при $a \neq 0$ $a^n : a^n = 1$, следовательно $a^0 = 1$ при $a \neq 0$. **Вывод: степень числа *a*, не равного нулю, с нулевым показателем равна единице.**
Вы.	А по – другому?
Ученик.	Это есть деление числа на само себя.
Вы.	Тогда что означает «весь мир с нулевым показателем»?
Ученик.	Это означает «весь мир» разделит на само себя. Значит, «весь мир» с нулевым показателем равна единице.
Вы.	Выполни действия: 1) $a^5 a^0$; 2) $в^4 : в^0$; 3) $17{,}83^0 \cdot 6{,}4$; 4) $\left(316\frac{2}{3} - 54{,}28 \cdot 16\right)^0 + 4 \cdot \frac{1}{7}$.
Ученик.	… 4) $\left(316\frac{2}{3} - 54{,}28 \cdot 16\right)^0 + 4 \cdot \frac{1}{7} = 1 + 4 \cdot \frac{1}{7} =$

	$= \cdots$
Вы.	Любое свойство степени выражается формулой: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, ... При применении свойства степени ученик говорит: «Я применяю формулу». Как нужно воспринимать это высказывание?
Ученик.	Применять формулу – это значит, вижу выражение левой части, необходимо получить выражение правой части или вижу выражение правой части, необходимо получить выражение левой части.
Вы.	То есть, преобразование слева направо или справа налево.
Ученик.	Да.
Вы.	Представь выражение a^{13} в виде произведении двух степеней с одинаковыми основаниями различным способом.
Ученик.	$a^{13} = a^4 \cdot a^9 = a^5 \cdot a^8 = a^7 \cdot a^6 = \cdots$ Преобразование по формуле умножения степеней с одинаковыми основаниями справа налево, то есть, $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

Вы.	Представь в виде степени произведение, выясняя в каком порядке необходимо преобразовать: 1) $7^9 \cdot 7^5 \cdot 7$; 2) $n^5 n^3 n^7$; 3) $(a-3)^4 \cdot (a-3)^5$.
Ученик.	Это готовая форма формулы – свойство умножение степеней с одинаковыми основаниями. Достаточно преобразовать слева направо, то есть: 1) $7^9 \cdot 7^5 \cdot 7 = 7^{9+5+1} = 7^{15}$; … 3) $(a-3)^4 \cdot (a-3)^5 = (a-3)^{4+5} =$ $= (a-3)^9$.
Вы.	А как быть в этих случаях? 1) $3^8 \cdot 81$; 2) $0,2^5 \cdot 0,04$; 3) $0,000001 \cdot 0,1^3$; 4) $4 \cdot 2^n$.
Ученик.	Необходимо получить форму соответствующей формулы – умножение степеней с одинаковыми основаниями, а потом применять формулу: … 3) $0,000001 \cdot 0,1^3 = 0,1^6 \cdot 0,1^3 = 0,1^9$;

	4) $4 \cdot 2^n = 2^2 \cdot 2^n = 2^{2+n}$.
⇨	По готовой форме предлагаются самые простые примеры. А по сложным примерам часто приходится получить форму соответствующей формулы. По – этому вышеприведённый диалог заранее готовит ученика к этим ситуациям и не даёт допустить различные ошибки.
Вы.	Представь частное в виде степени: 1) $y^9 : y$; 2) $3{,}75^{11} : 3{,}75^8$; 3) $\left(\frac{2x}{3}\right)^{10} : \left(\frac{2x}{3}\right)^5$; 4) $(m-n)^{15} : (m-n)^7$.
Ученик.	Это готовая форма формулы – свойство деление степеней с одинаковыми основаниями. Достаточно преобразовать слева направо, то есть: 1) $y^9 : y = y^{9-1} = y^8$; ... 4) $(m-n)^{15} : (m-n)^7 = (m-n)^{15-7} =$ $= (m-n)^8$.
Вы.	А как быть в этих случаях? 1) $3^4 : 9$; 2) $32 : 2^3$; 3) $\frac{0{,}09^7}{0{,}09^5}$;

	4) $\dfrac{\left(3\frac{1}{3}\right)^9}{\left(3\frac{1}{3}\right)^6}$; 5) $\dfrac{2^n}{2^3}$; 6) $\dfrac{2^4 \cdot 3^6}{3^4 \cdot 2^3}$.
Ученик.	Необходимо получить форму соответствующей формулы – деление степеней с одинаковыми основаниями, а потом применять формулу: 1) ... 2) $32 : 2^3 = 2^5 : 2^3 = 2^2$; 3) ... 4) $\dfrac{\left(3\frac{1}{3}\right)^9}{\left(3\frac{1}{3}\right)^6} = \left(3\frac{1}{3}\right)^9 : \left(3\frac{1}{3}\right)^6 = \left(3\frac{1}{3}\right)^3 =$ $= \left(\dfrac{10}{3}\right)^3 = \dfrac{1000}{27} = 37\dfrac{1}{27}$; 5) $\dfrac{2^n}{2^3} = 2^n : 2^3 = 2^{n-3}$; 6) $\dfrac{2^4 \cdot 3^6}{3^4 \cdot 2^3} = (2^4 \cdot 3^6) : (3^4 \cdot 2^3) = \cdots$ или не знаю.
Вы.	Относительно 6-го пункта, ты выбрал не лучший способ.

	Как мы находим наибольший общий делитель двух чисел (НОД)?
Ученик.	Для того чтобы найти НОД двух чисел необходимо: 1. разложить данные числа на простые множители и произведение одинаковых множителей представлять в виде степени; 2. составить произведение из общих простых множителей с наименьшим показателем; 3. найти значение полученного произведения.
Вы.	Найди НОД (72 и 180).
Ученик.	$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$. $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$. $\text{НОД}(72 \text{ и } 180) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$.
Вы.	Представь числитель и знаменатель дроби $\frac{72}{180}$ в разложенном виде.
Ученик.	$\frac{72}{180} = \frac{2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}$.

Вы.	А теперь, назови НОД числителя и знаменателя не находя значение произведения и сокращай дробь с помощью НОД.
Ученик.	НОД(72 и 180) = $2^2 \cdot 3^2$. $$\frac{72}{180} = \frac{{}^{2}\cancel{2^3} \cdot {}^{1}\cancel{3^2}}{{}_{1}\cancel{2^2} \cdot {}_{1}\cancel{3^2} \cdot 5} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 5} = \frac{2}{5}.$$ **Вывод: при сокращении в подобных случаях, где общий делитель с наименьшим показателем, там остаётся всегда 1.**
Вы.	$\frac{2^4 \cdot 3^6}{3^4 \cdot 2^3}$. Представь себе: числитель $2^4 \cdot 3^6$ – разложение одного числа, знаменатель $3^4 \cdot 2^3$– разложение другого числа. Найди НОД этих чисел и сокращай дробное выражение.
Ученик.	НОД($2^4 \cdot 3^6$ и $3^4 \cdot 2^3$) = $2^3 \cdot 3^4$. Значит, делим числитель и знаменатель на $2^3 \cdot 3^4$: $$\frac{{}^{2}\cancel{2^4} \cdot {}^{3^2}\cancel{3^6}}{{}_{1}\cancel{3^4} \cdot {}_{1}\cancel{2^3}} = \frac{2 \cdot 3^2}{1 \cdot 1} = 18.$$
⇨	Важно запомнить, что при сокращении зачёркивать нужно степень полностью, как предлагает автор, а не показатель степени и настаивайте на том, чтобы ученик записывал полученное число после

	сокращении над и под степени, если это даже число 1. Часто ученик зачёркивает степень и запоминает результат после сокращения устно, в итоге допускает различные ошибки.
Вы.	Аналогичным способом сокращай эти дробные выражения: 1) $\frac{7^{15}}{7^{17}}$; 2) $\frac{27 \cdot 2^7}{3^4 \cdot 32}$; 3) $\frac{11^4 \cdot 5^6}{11^2 \cdot 5^5}$; 4) $\frac{144 \cdot 13^3}{12^3 \cdot 169}$.
Ученик.	1) $\frac{{}^{1}\cancel{7^{15}}}{{}^{7^2}\cancel{7^{17}}} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$; 2) $\frac{27 \cdot 2^7}{3^4 \cdot 32} = \frac{3^3 \cdot 2^7}{3^4 \cdot 2^5} = \cdots$ …
Вы.	1. Выразить в тоннах: 1) 10^3 кг; 2) 100^3 кг; 3) 10^{22} кг. 2. Выразить в километрах: 1) 10^3 м; 2) 100^2 м; 3) 10^{11} м.
Ученик.	1. 1) 10^3кг $= 1000$ кг $= 1$ т 2) 100^3кг $= (10^6 : 10^3)$ т $= 1000$ т

	3) 10^{22}кг $= (10^{22} : 10^3)$т $= 10^{19}$т 2. $\cdots$
Вы.	Земля находится на расстоянии $1{,}49 \cdot 10^{11}$ м от Солнца. Вырази это расстояние в миллионах километров.
Ученик.	1 млн $= 1\,000\,000 = 10^6$. 1 км $= 10^3$ м. Значит, $\left((1{,}49 \cdot 10^{11}) : (10^6 \cdot 10^3)\right)$ млн км. $(1{,}49 \cdot 10^{11}) : (10^6 \cdot 10^3) = \dfrac{1{,}49 \cdot 10^{11}}{10^9} = \cdots$ Или $(1{,}49 \cdot 10^{11}) : (10^6 \cdot 10^3) = 1{,}49 \cdot (10^{11} : 10^9) =$ $= \cdots$ Ответ: 149 млн км. ⇨ Эту работу ученик может выполнять устно. Слово миллион (млн) на математическом языке означает 1 000 000 или 10^6 и обратное, то есть 6 нулей всегда мы можем заменить на слово млн. В подобных случаях достаточно в данном числе заменить 6 нулей на слово млн – убирать 6 нулей, то есть делить на 1000 000 (на 10^6): $1{,}49 \cdot 10^{11}$ м $= 1{,}49 \cdot 100\,000\,\underbrace{000\,000}_{6\text{ нулей}}$ м $=$ $= 1{,}49 \cdot 100\,000$ млн м.

	Полученный результат разделяем на 1000 (на 10^3), так как 1000 м = 1 км, то есть убираем 3 нуля, получаем $1{,}49 \cdot 100$ млн км = 149 млн км.
	Далее...
Вы.	1) $(ав)^5$; 2) $(-3x)^2$; 3) $(-2c)^3$; 4) $(-0{,}3xy)^3$; 5) $(-0{,}05вс)^2$. Выясни, какое это свойство степени и выполни возведение в степень.
Ученик.	Во всех случаях вижу свойство возведение в степень произведения, то есть формулу $(a \cdot в)^n = a^n \cdot в^n$. Преобразуя по формуле слева направо, получим: 1) $(ав)^5 = a^5 \cdot в^5$; 2) ... 3) $(-2c)^3 = (-2)^3 \cdot c^3 = -8c^3$; 4) ... 5) $(-0{,}05вс)^2 = (-0{,}05)^2 \cdot в^2 \cdot c^2 =$ $= 0{,}0025в^2c^2$.
Вы.	Представь в виде степени произведение: 1) $a^6в^6$; 2) $3^7x^7y^7$; 3) $(-c)^5д^5$;

	4) $64y^6$; 5) $0{,}0081a^4$.
Ученик.	Во всех случаях вижу свойство степени «возведение в степень произведения». Преобразуя по формуле, справа налево, то есть $a^n \cdot в^n = (aв)^n$, получим: 1) … 2) $3^7x^7y^7 = (3xy)^7$; 3) … 4) $64y^6 = 2^6 \cdot y^6 = (2y)^6$; 5) …
Вы.	Вычисли: 1) $10^9 \cdot 0,1^9$; 2) $2^5 \cdot 5^5$; 3) $0{,}25^{10} \cdot 4^{10}$; 4) $\left(\frac{5}{6}\right)^8 \cdot 1,2^8$; 5) $(-8)^{12} \cdot 0{,}125^{12}$; 6) $\left(\frac{2}{7}\right)^{11} \cdot 3,5^{10}$; 7) $0{,}25^6 \cdot 4^7$.
Ученик.	Применяя свойство – формулу возведение в степень произведения справа налево, получим: 1) $10^9 \cdot 0,1^9 = (10 \cdot 0{,}1)^9 = 1^9 = 1$;

	… 4) $\left(\frac{5}{6}\right)^8 \cdot 1,2^8 = \left(\frac{5}{6} \cdot 1{,}2\right)^8 = \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{1{,}2}{1}\right)^8 =$ $= (5 \cdot 0{,}2)^8 = 1^8 = 1;$ … 6) $\left(\frac{2}{7}\right)^{11} \cdot 3,5^{10}$. Применяя два свойства – две формулы (умножение степеней с одинаковыми основаниями и возведение в степень произведения) справа налево, получим: $\left(\frac{2}{7}\right)^{11} \cdot 3,5^{10} = \left(\frac{2}{7}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{10} \cdot 3,5^{10} =$ $= \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot 3{,}5\right)^{10} = \frac{2}{7} \cdot (2 \cdot 0{,}5)^{10} = \frac{2}{7} \cdot 1^{10} =$ $= \frac{2}{7} \cdot 1 = \frac{2}{7};$ …
Вы.	Выясни, какое это свойство степени и выполни возведение в степень: 1) $(x^3)^5$; 2) $(a^4)^m$; 3) $(a^n)^6$.

Ученик.	Это свойство возведение степени в степень. Основание оставляем тем же, а показатели перемножаем: 1) $(x^3)^5 = x^{3\cdot 5} = x^{15}$; 2) … 3) $(a^n)^6 = a^{6n}$.
Вы.	Представь 3^{20} в виде степени с основанием: 1) 3^2; 2) 3^4; 3) 3^5; 4) 3^{10}.
Ученик.	Применять формулу – это означает, вижу выражение левой части, необходимо получить выражение правой части, а если выражение правой части, то необходимо получить выражение левой части. В данных случаях вижу выражение правой части, необходимо применять формулу справа налево, то есть $a^{mn} = (a^m)^n$: 1) $3^{20} = (3^2)^{10}$; …
Вы.	Записывай 3^{60} в виде степени с основанием: 1) 9; 2) 27; 3) 81.
Ученик.	1) $9 = 3^2$, значит $3^{60} = (3^2)^{30} = 9^{30}$. …

Вы.	Определи названия свойств, которых нужно применять и возведи в степень: 1) $(a^3в^2)^2$; 2) $(-2x^3y)^4$; 3) $\left(-3c^5д^4\right)^3$.
Ученик.	Два свойства: 1. возведение в степень произведения; 2. возведение степени в степень. ... 2) $(-2x^3y)^4 = (-2)^4 \cdot (x^3)^4 \cdot y^4 = 16x^{12}y^4$; ...
Вы.	Запиши в виде степени с показателем 2: 1) a^8; 2) c^{12}; 3) $c^6д^{10}$; 4) $a^8в^4c^6$; 5) $25x^{10}y^{14}$.
Ученик.	Во всех случаях нужно применять формулу возведение степени в степень в обратном порядке, то есть справа налево: ... 4) $a^8в^4c^6 = (a^4в^2c^3)^2$; ...
Вы.	Вычисли и сделай вывод: $\frac{2^9 \cdot 3^9}{6^7}$.

Ученик.	1-й вариант: $\frac{2^9 \cdot 3^9}{6^7} = \frac{(2 \cdot 3)^9}{6^7} = \frac{6^9}{6^7} = 6^2 = 36.$ 2-й вариант: $\frac{2^9 \cdot 3^9}{6^7} = \frac{2^9 \cdot 3^9}{(2 \cdot 3)^7} = \frac{2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 3^7} = 2^2 \cdot 3^2 = 36.$ **Вывод: есть примеры, которым приемлемы оба варианта, а есть примеры – приемлем один из этих вариантов.**
Вы.	Поэтому нужно знать оба варианта. С помощью этого вывода вычисли: 1) $\frac{4^6 \cdot 3^6}{12^4}$; 2) $\frac{6^{13} \cdot 4^{13}}{3^{12} \cdot 8^{12}}$; 3) $\frac{10^3 \cdot 9^2}{6^3 \cdot 5^2}$.
Ученик.	… 3) $\frac{10^3 \cdot 9^2}{6^3 \cdot 5^2} = \frac{(2 \cdot 5)^3 \cdot (3^2)^2}{(2 \cdot 3)^3 \cdot 5^2} = \frac{2^3 \cdot 5^3 \cdot 3^4}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2} =$ $= \cdots$
Вы.	$\frac{4^{16}}{8^{10}}$. Можно ли сократить эту дробь сразу?
Ученик.	Сократить – значит делить числитель и знаменатель на одно и то же число, не равное нулю, а свойство степени звучит

	так: деление степеней с одинаковыми основаниями – это означает, что такое число сразу не найдём. Значит нельзя.
Вы.	А как быть?
Ученик.	Нужно числитель и знаменатель привести к одному основанию. То есть: $\frac{4^{16}}{8^{10}} = \frac{(2^2)^{16}}{(2^3)^{10}} = \frac{2^{32}}{2^{30}} = 2^2 = 4.$
	Часто ученики в подобных случаях поступают так: $\frac{{}^{4^6}4^{\cancel{16}}}{{}_{2}8^{\cancel{10}}} = \frac{4^6}{2} = \dots$ Поэтому вышесказанные помогут ученикам не допускать эти ошибки.
Вы.	Сравни числа: 1) 27^4 *и* 16^{12}; 2) 100^{20} *и* 9000^{10}.
Ученик.	Не знаю.
Вы.	Сравнит степени можно, если у них основание одинаковые либо показатели, то есть представить степени в виде, a^m *и* a^n либо a^m *и* $в^m$. Можно ли привести их к одному основанию?
Ученик.	1) 27^4 *и* 16^{12}.

	$27 = 3^3, \quad a \quad 16 = 2^4.$ Нет.
Вы.	А к одинаковому показателю?
Ученик.	Да. 1) $27^4 \quad и \quad 16^{12}.$ $27^4 = (3^3)^4 = 3^{12},$ $3^{12} \prec 16^{12}$, так как $3 \prec 16$, следовательно $27^4 \prec 16^{12}.$ Или $16^{12} = (16^3)^4, \quad$ так как $27 \prec 16^3,$ следовательно $27^4 \prec 16^{12}.$ 2) ...
Вы.	Определи, какое это свойство и возведи в степень: 1) $\left(\frac{a}{3}\right)^3$; 2) $\left(-\frac{2}{a}\right)^4$; 3) $\left(\frac{4в}{3a}\right)^2$; 4) $\left(-\frac{c^3}{2^2}\right)^3$; 5) $\left(\frac{a-в}{3}\right)^3$; 6) $\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^7$.

<table>
<tr>
<td>Ученик.</td>
<td colspan="2">Во всех случаях вижу возведение в степень дроби, то есть:

1) $\left(\frac{a}{3}\right)^3 = \frac{a^3}{3^3}$;

2) …

3) $\left(\frac{4в}{3a}\right)^2 = \frac{(4в)^2}{(3a)^2} = \frac{4^2в^2}{3^2a^2} = \frac{16в^2}{9a^2}$;

…

6) $\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^7 = \frac{(m-n)^7}{(m+n)^7}$.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td colspan="2">Относительно 5-го и 6-го пункта: если ученик выполнил решение таким образом –

5) $\left(\frac{a-в}{3}\right)^3 = \frac{a^3-в^3}{3^3}$; 6) $\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^7 = \frac{m^7-n^7}{m^7+n^7}$.

При подобных ошибках необходимо повторять словосочетание свойства возведение в степень дроби, то есть: «При возведении в степень дроби в эту степень возводятся числитель и знаменатель». Подчёркивайте слова «числитель» и «знаменатель».

Ученик может настаивать на том, что он так и сделал. Возвёл числитель и знаменатель в эту степень. В таком случае имеет место такой диалог:</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Вы.</td>
<td>Назови числитель и знаменатель.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Ученик.</td><td>$(m-n)$ – числитель, $(m+n)$ – знаменатель.</td></tr>
<tr><td></td><td>Вы.</td><td>А ты что возвёл в степень?</td></tr>
<tr><td></td><td>Ученик.</td><td>m и n.</td></tr>
<tr><td></td><td>Вы.</td><td>А как мы поступаем при возведении в степень дроби?</td></tr>
<tr><td></td><td>Ученик.</td><td>Возводим в степень числитель и знаменатель. Значит:

$\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^7=\frac{(m-n)^7}{(m+n)^7}.$</td></tr>
<tr><td>Вы.</td><td colspan="2">Самостоятельная работа (конечный результат)

1. Вычислить значение выражения с помощью свойств степени без калькулятора:

1) $4^2\cdot 5^4$; 2) $0{,}2\cdot 5^5$; 3) $9^3:3^4$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^5$;

5) $\frac{5^7}{5^8}$; 6) $\frac{6^4\cdot 5^2}{15^3\cdot 2^4}$; 7) $2{,}5^3:5^3$; 8) $(2^3)^2\cdot 5^6$;

9) $\frac{25^3\cdot 14^2}{49\cdot 10^6}$;</td></tr>
</table>

10) $2{,}7\cdot\frac{2}{9}+\left(365\frac{27}{196}-\frac{1{,}4\cdot\frac{2}{7}}{9{,}7+\frac{240}{769}}\right)^0$.

2. Представьте в виде степени, где n и κ – натуральные числа:

1) $7^n\cdot 7^\kappa$; 2) $9\cdot 3^\kappa$; 3) $2^{4n+1}:2^{2n}$; 4) $\frac{4}{2^\kappa}$.

3. Сравните:

1) 10^{20} и 20^{10}; 2) 6^{20} и 3^{40}.

4. Марс находится на расстоянии $2{,}27\cdot 10^8$ км от Солнца. Выразите это расстояние в миллионах километров.

Ответы: **1**. 1) 10000; 2) 625; 3) 9; 4) $\frac{2}{3}$;

5) $\frac{1}{5}$; 6) 0,6; 7) 0,125; 8) 1000000; 9) $\frac{1}{16}$;

10) 1,6.

2. 1) $7^{n+\kappa}$; 2) $3^{2+\kappa}$; 3) 2^{2n+1}; 4) $2^{2-\kappa}$.

3. 1) $10^{20}\succ 20^{10}$; 2) $6^{20}\prec 3^{40}$.

4. 227 млн км.

Дополнительные задания для закрепления материала

1. Вычислить только с помощью свойств степени с натуральным показателем:

1) $2^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$; 2) $4^3 \cdot 125$; 3) $\frac{4^4}{2^5}$; 4) $\left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4$; 5) $\frac{3^4}{3^5}$;

6) $\frac{10^3 \cdot 9^2}{6^3 \cdot 5^2}$; 7) $\left(2\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (0{,}2)^4$; 8) $1{,}5^4 : 3^3$; 9) $(5^2)^3 \cdot 2^6$;

10) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$.

2. Сравните:

1) 54^4 *и* 21^{12}; 2) 10^{40} *и* 20^{20}.

3. Вычислите:

1) $6^{n+3} : 6^n$; 2) $10^{n+1} : 10^{n-1}$; 3) $(217 - 43{,}07 \cdot 4)^0 + 5 \cdot \frac{1}{3}$;

4) $17{,}83^0 \cdot 6{,}4 + \frac{1}{7} \cdot 2{,}8$;

5) $(-1)^n \cdot (-1)^n$, где n - натуральное число;

6) $(-1)^{2n} : (-1)^3$, где n - натуральное число, $n \succ 1$.

4. Выразите в миллионах тонн:

1) $7{,}2 \cdot 10^{21}$ кг; 2) $8{,}15 \cdot 10^{24}$ кг.

Ответы: **1**. 1) 1; 2) 8000; 3) 8; 4) $\frac{4}{5}$; 5) $\frac{1}{3}$; 6) 15; 7) 0,0625; 8) $\frac{3}{16}$; 9) 1000000; 10) 0,1. **2**. 1) $54^4 \prec 21^{12}$; 2) $10^{40} \succ 20^{20}$. **3**. 1) 216; 2) 100; 3) $2\frac{2}{3}$; 4) 6,8; 5) 1; 6) -1. **4**. 1) $7{,}2 \cdot 10^{12}$ млн т; 2) $8{,}15 \cdot 10^{15}$ млн т.

4.3 Одночлены

Вы.	Что такое одночлен?
Ученик.	Произведение чисел и буквенных множителей называют одночленом.
Вы.	Например?
Ученик.	$3xy$; $(-2)ав(-2)авв$; $\frac{1}{2}x(-4)yyxx$; ...
Вы.	Как можно записать произведение равных множителей?

Ученик.	В виде степени. Например: $(-2)ав(-2)авв = (-2)^2 а^2 в^3$.
Вы.	Тогда, точнее, что такое одночлен?
Ученик.	**Произведение чисел и переменных в виде степени с натуральным показателем называют одночленом.**
Вы.	Например?
Ученик.	$3^4 a^2 в^3$; xy^4; $-2^5 в^3 c^4$; $-ав$; 0; 7; $-0{,}2$; ...
Вы.	Что означает «стандартный вид одночлена»?
Ученик.	**Если в произведении числовой множитель стоит на первом месте, и оно состоит из различных степеней, то такой вид одночлена называют стандартным видом.**
Вы.	Например?
Ученик.	$\frac{1}{2} x(-4)yyxx$ – этот одночлен не в стандартном виде; $3^4 a^2 в^3$ – этот одночлен в стандартном виде.

Вы.	Как называют числовой множитель одночлена, записанного в стандартном виде?
Ученик.	**Коэффициентом.**
Вы.	Как определяется степень одночлена?
Ученик.	**Сумму показателей степеней всех переменных, входящих в одночлен, называют степенью одночлена.**
Вы.	Например?
Ученик.	$3^4a^2в^3$. Сумма показателей степеней a^2и $в^3$равна 5. Значит, степень одночлена равна 5.
Вы.	7 тоже одночлен. А в этом случае?
Ученик.	Если одночлен не содержит переменных и является числом, отличным от нуля, то степень этого одночлена считают равной нулю. Значит, степень одночлена 7 равна нулю.
Вы.	А число 0?
Ученик.	Число 0 является одночленом, степень которого не определена.
Вы.	Назови коэффициент и степень одночлена:

	1)$3x^3y$; 2) $a^2в^4$; 3) $-\frac{2}{7}c^4д^3$; 4) $-x^2y^3z^4$.
Ученик.	1) коэффициент 3, степень одночлена равна 4; 2) коэффициент 1, степень одночлена равна 6; 3) … 4) коэффициент -1, степень одночлена равна 9.
Вы.	Представь в стандартном виде и определи степень одночлена: 1) $3ав2a^3$; 2) $-2{,}5m^3(-0{,}4)m^3m^2n^3$; 3) $3^2c^2д(-2)^3cд$; 4) $\frac{3}{7}x^3y\left(-\frac{7}{15}\right)xy$.
Ученик.	1) … 2) $-2{,}5m^3(-0{,}4)m^2n^3 =$ $= -2{,}5\cdot(-0{,}4)\cdot m^3m^2n^3 = m^5n^3$. Степень одночлена равна 8. …
Вы.	Перемножь одночлены $-4a^3вc^4$ и $5a^2c^3$.

Ученик.	$-4a^3вc^4 \cdot 5a^2c^3$. Так как от перестановки множителей произведение не меняется, следовательно $-4a^3вc^4 \cdot 5a^2c^3 =$ $= (-4 \cdot 5) \cdot (a^3 \cdot a^2) \cdot в \cdot (c^4 \cdot c^3) = -20a^5вc^7$.
Вы.	$-4a^3вc^4 \cdot 5a^2c^3 = -20a^5вc^7$. Как можно устно получить тот же ответ?
Ученик.	**Умножая коэффициент на коэффициент, и применяя свойство степени – умножение степеней с одинаковыми основаниями.**
Вы.	С помощью этого вывода найди произведение одночленов: $-x^3y$; $5x^2y^3$; $-4xy$.
Ученик.	$-x^3y \cdot 5x^2y^3 \cdot (-4xy) = 20x^6y^5$. ⇨Устная работа ученика: $\left.\begin{array}{l}(-)\cdot(+)\cdot(-)=(+)\\ 1\cdot 5\cdot 4=20\\ x^3\cdot x^2\cdot x=x^6\\ y\cdot y^3\cdot y=y^5\end{array}\right\} +20x^6y^5.$
Вы.	Выполни возведение в степень одночлена: $(-3aв^2)^3$.
Ученик.	Применяя формулу возведение в степень произведения слева направо, то есть $(a \cdot в)^n = a^n \cdot в^n$, получим:

	$(-3a\text{в}^2)^3 = (-3)^3 \cdot (a)^3 \cdot (\text{в}^2)^3 = -27a^3\text{в}^6$.
Вы.	$(-3a\text{в}^2)^3 = -27a^3\text{в}^6$. А как устно получит тот же ответ?
Ученик.	**Возводим в степень коэффициент со своим знаком (учитываем знак минус в скобках или не в скобках, показатель чётное число или нечётное) и каждый буквенный множитель.**
Вы.	Выполни возведение в степень одночлена с помощью этого вывода: $(-x^4y^3)^6$.
Ученик.	$(-x^4y^3)^6 = x^{24}y^{18}$. ⇨Устная работа ученика: Минус в скобках, а показатель чётное число, значит, результат будет положительным; $\left.\begin{matrix}(x^4)^6 = x^{24} \\ (y^3)^6 = y^{18}\end{matrix}\right\} + x^{24}y^{18}$.
⇨	У ученика должны быть навыки по устному применению свойств степени. Как правило, когда ученик оформляет решение больших примеров, он расписывают все свои действия. В итоге допускает различные ошибки. Чтобы избежать от таких ошибок, он должен некоторые действия выполнять устно, не забывая о том, что на каком основании получил такой ответ.

Вы.	Учитывая выше полученные выводы, упрости выражение, определяя знак конечного результата в начале: 1) $(-0{,}5xy)^2 \cdot (-2xy)^3$; 2) $-(4xy)^2 \cdot (-2x)^3$; 3) $-(-0{,}2a^2c)^3 \cdot (-5ac^2)^2$.
Ученик.	1) $(-0{,}5xy)^2 \cdot (-2xy)^3 =$ $= -(0{,}25x^2y^2 \cdot 8x^3y^3) = -2x^5y^5$. ⇨Устная работа ученика: Знак конечного результата – минус; возводя каждый одночлен в степень **устно**, получим, $0{,}25x^2y^2$ *и* $8x^3y^3$; умножая эти одночлены **устно**, получим $-2x^5y^5$. 2) $-(4xy)^2 \cdot (-2x)^3 = +(16x^2y^2 \cdot 8x^3) =$ $= 128x^5y^2$. ⇨Устная работа ученика: Знак конечного результата – плюс; возводя каждый одночлен в степень **устно**, получим, $16x^2y^2$ *и* $8x^3$; умножая эти одночлены **устно**, получим $128x^5y^2$. 3) …
	Далее…

Вы.	Раздели одночлен $-4a^3 вc^4$ на одночлен $5a^2c^3$.
Ученик.	А как?
Вы.	$(-4a^2вc^4):(5a^2c^3) =$ $= \frac{-4a^2вc^4}{5a^2c^3} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{a^2}{a^2} \cdot \frac{в}{1} \cdot \frac{c^4}{c^3} =$ $= (-4:5) \cdot (a^3:a^2) \cdot в \cdot (c^4:c^3) = -0{,}8aвc.$ $(-4a^3вc^4):(5a^2c^3) = -0{,}8aвc$. Как можно получить устно тот же ответ?
Ученик.	**Разделяя коэффициент на коэффициент, и применяя свойство степени – деление степеней с одинаковыми основаниями.**
Вы.	1. С помощью этого вывода раздели одночлен на одночлен: 1) $(-6xy):(-3xy)$; 2) $(-10pq):(6q)$; 3) $14a^5:(7a^2)$; 4) $\frac{1}{3}m^3n^2p^2:\left(-\frac{2}{3}m^2n^2p^2\right)$; 5) $-1{,}7p^2q^2y^3:(28{,}9p^2y^3)$.

	2. Упрости выражение: 1) $(4a^3в^2)^3 : (2a^2в)^2$; 2) $(-aвc^2)^5 : (-a^2вc^3)^2$.
Ученик.	1. 1) … 2) $(-10pq) : (6q) = (-10 : 6)p =$ $= -\frac{10}{6}p = -1\frac{4}{6}p = -1\frac{2}{3}p.$ … 5) $-1{,}7p^2q^2y^3 : (28{,}9p^2y^3) =$ $= -\frac{1{,}7}{28{,}9}q^2 = -\frac{17}{289}q^2 = -\frac{1}{17}q^2.$ 2. 1) $(4a^3в^2)^3 : (2a^2в)^2 =$ $= 64a^9в^6 : (4a^4в^2) = \cdots$ 2) $(-aвc^2)^5 : (-a^2вc^3)^2 =$ $= (-a^5в^5c^{10}) : (a^4в^2c^6) = \cdots$
Вы.	**Самостоятельная работа (конечный результат)** Упростите выражение: 1) $(-x^2y^2)^4 \cdot (-xy)^2$;

2) $-\left(\frac{1}{3}xy^3\right)^2 \cdot (-3x)^3$;

3) $(-2x^3y^2)^3 \cdot (-2y^2)^3$;

4) $(-0{,}1a^2)^3 \cdot (-10в)^2 \cdot (5aв)^2$;

5) $(-x^2y^3z)^4 : (-xyz)$;

6) $(-5ac^3д)^3 : (5cд)^2$;

7) $-\left(\frac{1}{9}a^2в^3\right)^2 : \left(\frac{1}{3}aв^2\right)^3$;

8) $\left(-\frac{2}{7}xy^4\right)^2 : \left(-3\frac{1}{2}x^3y\right)^0$.

Ответы:

1) $x^{10}y^{10}$; 2) $3x^5y^6$; 3) $64x^9y^{12}$;

4) $-2{,}5a^8в^4$; 5) $-x^7y^{11}z^3$;

6) $-5a^3c^7д$; 7) $-a$; 8) $\frac{4}{49}x^2y^8$.

Дополнительные задания для закрепления материала

1. Выполните умножение:

1) $-3xy \cdot (-2yz) \cdot \frac{1}{3}xz$;

2) $0{,}001ax \cdot (-10a^2x) \cdot (-100a^3x)$;

3) $-\frac{2}{3}вx \cdot \frac{3}{4}дx \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right) \cdot (-2вy^2)$;

4) $-(-0{,}1вy) \cdot 0{,}2cz \cdot 0{,}3в^2c^2z^2 \cdot (-0{,}4y^2z)$.

2. Выполните деление одночлена на одночлен:

1) $(-2{,}4a^6в^5) : (0{,}06a^4в^3)$;

2) $\frac{2}{3}a^4в : (-6a^3в)$;

3) $-6x^2y : (-0{,}2xy^0)$;

4) $1\frac{1}{2}a^4в^3c^2 : \left(\frac{2}{3}a^3c^2\right)$.

3. Возведите одночлен в степень:

1) $(-100a^2в)^3$; 2) $-(0{,}01aвc)^4$;

3) $\left(-\frac{2}{3}x^2z\right)^2$; 4) $-(-0{,}02x^2z^4)^4$.

4. Упростите выражение:

1) $(-x^3y^3)^4 \cdot (-xy)^2$;

2) $-\left(\frac{1}{3}x^2y\right)^2 \cdot (-0{,}3y^2)^3$;

3) $-(-5x^3y)^2 \cdot (-0{,}02xy^2)^3$;

4) $(-10c^2\partial)^4 \cdot \left(-0{,}1\partial^2\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}c\right)^3$;

5) $(2m^2n^2)^4 : (-4mn)^2$;

6) $-(3^4a^5в^6)^2 : (-3a^3в^3)^3$;

7) $-\left(2c^5\partial^4\right)^3 : \left(7c^4\partial^3\right)^2$:

8) $(-a^2в^2)^5 : \left(-\frac{1}{2}aв\right)^6$.

Ответы:

1. 1) $2x^2y^2z^2$; 2) a^6x^3; 3) $-\frac{1}{2}в^2\partial x^3y^3$;

   4) $-0{,}0024в^3c^3z^4$.

2. 1) $-40a^2в^2$; 2) $-\frac{1}{9}a$; 3) $30xy$;

   4) $2\frac{1}{4}aв^3$.

3. 1) $-1000000a^6в^3$; 2) $-0{,}00000001a^4в^4c^4$;

   3) $\frac{4}{9}x^4z^2$; 4) $-0{,}00000016\mathrm{x}^8z^{16}$.

4. 1) $x^{14}y^{14}$; 2) $0{,}003x^4y^8$; 3) $0{,}0002x^9y^8$;

   4) $-1\frac{1}{4}c^{11}\partial^{10}$; 5) m^6n^6; 6) $3aв^3$;

7) $-\frac{8}{49}c^7\partial^6$; 8) $-64a^4в^4$.	
4.4 Многочлены	
Вы.	Из чего состоит сумма $3a^2в - 7aв + 2a - 5$?
Ученик.	Из одночленов.
Вы.	Как называют такое выражение?
Ученик.	Многочленом.
Вы.	То есть: **Многочленом называют сумму одночленов.** Что означает привести многочлен к стандартному виду?

Ученик.	Это означает, что нужно каждый член многочлена представить в стандартном виде и привести подобные члены.
Вы.	Подобны ли эти одночлены? 1) $-3a^2в \quad и \quad a^2в$; 2) $2x^2y^3 \quad и \quad -5x^2y^3$; 3) $c^3д^2 \quad и \quad -c^2д^3$; 4) $\frac{2}{3}a^5в^4 \quad и \quad \frac{2}{3}a^4в^5$.
Ученик.	$\left.\begin{array}{l} 1)\ -3a^2в \quad и \quad a^2в \\ 2)\ 2x^2y^3 \quad и \quad -5x^2y^3 \end{array}\right\}$ подобны, так как в буквенной части основание и показатели степеней одинаковые; $\left.\begin{array}{l} 3)\ c^3д^2 \quad и \quad -c^2д^3 \\ 4)\ \frac{2}{3}a^5в^4 \quad и \quad \frac{2}{3}a^4в^5 \end{array}\right\}$ не подобны, так как в буквенной части основание степеней одинаковые, а показатели разные.
Вы.	Какой вывод?
Ученик.	**Одночлены называются подобными, если у них в буквенной части основание и показатели степеней одинаковые.**

Вы.	Как определяется степень многочлена?
Ученик.	**Степенью многочлена называют наибольшую из степеней входящих в него одночлена.**
Вы.	Когда нужно определить степень многочлена?
Ученик.	После приведения к стандартному виду.
	С понятием «степень многочлена» в будущем связана понятие «уравнения и неравенства высшей степени». Если ученик не может определить степень многочлена, то при выборе способа решения уравнений и неравенств высшей степени, будут проблемы. Это нужно напомнить ученику.
Вы.	Представь в стандартном виде и определи степень многочлена: 1) $13ав^2 - 2в^3 - 5ав^2 + 2a^2в - 2ав^2 + в^3$; 2) $3a^2 - 2ax^3 + a^4 - a^3x^2 + 2ax^3 - 2a^4$; 3) $-5x^4x - 4xx^3 + 7x^2x^3 - 6x^2x$; 4) $2a \cdot 5в^2 - 0{,}3в \cdot 8в^2 - 0{,}5ав \cdot 4в + в \cdot 6 - 7$.
Ученик.	1) $\underline{13ав^2} - \underline{\underline{2b^3}} - \underline{5ав^2} + 2a^2в - \underline{2ав^2} + \underline{\underline{b^3}} =$ $= 6ав^2 - в^3 + 2a^2в$. Степень многочлена равна 3.

	2) $3a^2 \cancel{-2ax^3} + \underline{\underline{a^4}} - a^3x^2 \cancel{+2ax^3} - \underline{\underline{2a^4}} =$ $= 3a^2 - a^4 - a^3x^2.$ Степень многочлена равна 5.
⇨	Перед выполнением 3-го и 4-го пункта, необходим такой диалог:
Вы.	Можно ли привести к стандартному виду многочлен, если входящие члены в многочлен не в стандартном виде?
Ученик.	Нет, нельзя. Нужно сначала одночлены привести к стандартному виду, а потом многочлен: 3) $-5x^4x - 4xx^3 + 7x^2x^3 - 6x^2x =$ $= \underline{-5x^5} - 4x^4 + \underline{7x^5} - 6x^3 = 2x^5 - 4x^4 - 6x^3.$ Степень многочлена равна 5. 4) $2a \cdot 5в^2 - 0{,}3в \cdot 8в^2 - 0{,}5aв \cdot 4в + в \cdot 6 -$ $-7 = \underline{10aв^2} - 2{,}4в^3 - \underline{2aв^2} + 6в^2 - 7 =$ $= 8aв^2 - 2{,}4в^3 + 6в^2 - 7.$ Степень многочлена равна 3.
⇨	При приведении подобных членов часто ученики поступают так:

	1) $\underline{13a\text{в}^2} - \underline{\underline{2b^3}} - \underline{5a\text{в}^2} + 2a^2\text{в} - \underline{2a\text{в}^2} + \underline{\underline{b^3}} =$ $= 6a^3\text{в}^6 - \text{в}^3 + 2a^2\text{в}.$ То есть, он складывает коэффициенты и перемножает буквенные части, применяя свойство умножение степеней с одинаковыми основаниями. В итоге получает $6a^3\text{в}^6$. В подобных случаях необходим такой диалог:	
	Вы.	Как приводим подобные слагаемые?
	Ученик.	Складываем коэффициенты и умножаем на общую буквенную часть.
	Вы.	Например?
	Ученик.	$3x + 5x = 8x.$
	Вы.	Тогда как привести подобные одночлены?
	Ученик.	Сложит их коэффициенты, а буквенную часть оставить неизменной. Следовательно, $13a\text{в}^2 - 5a\text{в}^2 - 2a\text{в}^2 = (13 - 5 - 2)a\text{в}^2 =$ $= 6a\text{в}^2.$
	Если этот диалог не дал желаемый результат, то следует провести такой:	
	Вы.	Сколько получится, если к 3 яблокам прибавить 5 яблок?

	Ученик.	8.
	Вы.	Не 8, а 8 яблок.
	Ученик.	Значит, $13ав^2 - 5ав^2 - 2ав^2 = 6ав^2$.
	Далее…	
Вы.	Что означает запись $\overline{ав}$, $\overline{авс}$, $\overline{а0в}$, $\overline{авсд}$ и т. д.?	
Ученик.	Не знаю.	
Вы.	Запись $\overline{ав}$ означает число, в котором *а* десятков и *в* единиц; $\overline{авс}$ означает число, в котором *а* сотен, *в* десятков и *с* единиц; $\overline{а0в}$ означает число, в котором *а* сотен, 0 десятков и *в* единиц; $\overline{авсд}$ означает число, *а* тысяч, *в* сотен, *с* десятков и *д* единиц.	
Ученик.	То есть: $\overline{ав}$ запись двузначного числа; $\overline{авс}$ запись трехзначного числа; $\overline{авсд}$ запись четырёхзначного числа и т. д..	

Вы.	А как выглядит само число в общем виде?
Ученик.	$\overline{ав}$ запись двузначного числа, а само число $10а + в$, то есть $\overline{ав} = 10а + в$; $\overline{авс}$ запись трёхзначного числа, а само число $100а + 10в + с$, то есть $\overline{авс} = 100а + 10в + с$; $\overline{авсд}$ запись четырёхзначного числа, а само число $1000а + 100в + 10с + д$, то есть $\overline{авсд} = 1000а + 100в + 10с + д$; … ⇨ В основном ученик путает понятие «запись числа» и «само число», то есть он не может понять, с чем ему работать. Необходимо подчеркнут, что есть запись – обозначение числа и есть само число, если мы говорим двузначное число, то его запись – обозначение $\overline{ав}$, а само число $10а + в$.
Вы.	Тогда как можно называть само двузначное, трёхзначною и т. д. число?
Ученик.	Многочленом.
Вы.	Представь в виде многочлена и упрости: 1) $\overline{авс} + \overline{вса}$; 2) $\overline{xyz} - \overline{yz}$; 3) $\overline{авс} + \overline{св}$; 4) $\overline{mn} - \overline{mnк}$;

Ученик.	1) … 2) $\overline{xyz}-\overline{yz}=$ $=(100x+10y+z)-(10y+z)=$ $=100x+10y+z-10y-z=100x;$ 3) … 4) $\overline{mn}-\overline{mnк}=$ $=(10m+n)-(100m+10n+к)=\cdots=$ $=-90m-9n-к.$ Далее…
Вы.	$c\cdot(a+в)$. Как мы называли такое свойство умножения?
Ученик.	Распределительное свойство умножения.
Вы.	c – одночлен, $(a+в)$ – многочлен. $c\cdot(a+в)$ – как по-другому можно называть это свойство?
Ученик.	Умножение одночлена на многочлен.
Вы.	$c\cdot(a+в)=ac+вc$. Тогда какое правило получим для умножения одночлена на многочлен?

Ученик.	**Чтобы умножить одночлен на многочлен или многочлен на одночлен, нужно умножить этот одночлен на каждый член многочлена и полученные произведения сложит.**
Вы.	Выполни умножение: 1) $-0{,}2x^3 \cdot (-5x^2 - 6x + 10)$; 2) $(-3a^2x + 2ax - a^3) \cdot (-a^3x^3)$; 3) $-\frac{3}{7}a^5 \cdot (2{,}1в^3 - 0{,}7a^2 + 35)$.
Ученик.	1) … 2) $(-3a^2x + 2ax - a^3) \cdot (-a^3x^3)$. Умножая устно одночлен $(-a^3x^3)$ на каждый член многочлена, получим: $(-3a^2x + 2ax - a^3) \cdot (-a^3x^3) =$ $= 3a^5x^4 - 2a^4x^4 + a^6x^3$. 3) … ⇨ Лучший вариант умножит устно одночлен на одночлен, не расписывая все свои действия. То есть, умножит коэффициент на коэффициент, букву (переменную) на букву (переменную), а потом записать полученные одночлены со своим знаком по порядку.

	Устная работа ученика: $(-3a^2x + 2ax - a^3) \cdot (-a^3x^3)$. $-3a^2x \cdot (-a^2x^3)$ $\left.\begin{array}{l} -3 \cdot (-1) = +3 \\ a^2 \cdot a^3 = a^4 \\ x \cdot x^3 = x^4 \end{array}\right\} + 3a^5x^4.$ $+2ax \cdot (-a^3x^3)$ $\left.\begin{array}{l} +2 \cdot (-1) = -2 \\ a \cdot a^3 = a^4 \\ x \cdot x^3 = x^4 \end{array}\right\} - 2a^4x^4.$ $-a^3 \cdot (-a^3x^3)$ $\left.\begin{array}{l} -1 \cdot (-1) = +1 \\ a^3 \cdot a^3 = a^6 \end{array}\right\} + a^6x^3.$ $(-3a^2x + 2ax - a^3) \cdot (-a^3x^3) = 3a^5x^4 - 2a^4x^4 + a^6x^3$.
Вы.	Упростите выражение: 1) $3y^2 - y(5 + 2y)$; 2) $5a(a^2 - 3a) - 3a(a^2 - 5a)$.
Ученик.	1) $3y^2 - y(5 + 2y) = \underline{3y^2} - 5y - \underline{2y^2} =$ $= y^2 - 5y$; 2) …
	Возможно, при решении ученик поступит так: $3y^2 - y(5 + 2y) = 3y^2 \cdot y \cdot 5 - 3y^2 \cdot y \cdot 2y = \cdots$

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Причина таких ошибок в том, что ученик не определяет, в каком слагаемом применяется понятие «умножение одночлена на многочлен». Необходим такой диалог:</td></tr>
<tr><td></td><td>Вы.</td><td>Сколько слагаемых видим?</td></tr>
<tr><td></td><td>Ученик.</td><td>$\underbrace{3y^2}_{\text{1-е слагаемое}} \quad \underbrace{-y(5+2y)}_{\text{2-е слагаемое}}$. Два.</td></tr>
<tr><td></td><td>Вы.</td><td>В каком слагаемом нужно применять понятие «умножение одночлена на многочлен»?</td></tr>
<tr><td></td><td>Ученик.</td><td>Во втором.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Далее…</td></tr>
<tr><td>Вы.</td><td colspan="2">$(a+в)\cdot(c+д)$. Как мы называем такое произведение?</td></tr>
<tr><td>Ученик.</td><td colspan="2">Умножением многочлена на многочлен.</td></tr>
<tr><td>Вы.</td><td colspan="2">Замени $(c+д)$ на x и выясни, какое знакомое понятие получили.</td></tr>
<tr><td>Ученик.</td><td colspan="2">$(a+в)\cdot(c+д)=(a+в)\cdot x$.

Получили умножение многочлена на одночлен. То есть,

$(a+в)\cdot(c+д)=(a+в)\cdot x=ax+вx$.</td></tr>
<tr><td>Вы.</td><td colspan="2">Теперь, замени x на $(c+д)$ и выполни умножение.</td></tr>
</table>

Ученик.	$(а+в)\cdot(с+д)=(а+в)\cdot х=ах+вх=$ $=а\cdot(с+д)+в\cdot(с+д)=ас+ад+вс+вд.$
Вы.	$(а+в)\cdot(с+д)=ас+ад+вс+вд.$ А как по-другому получить тот же ответ?
Ученик.	Умножая $а$ на $с$ и $а$ на $д$ получим $ас$ и $ад$, умножая $в$ на $с$ и $в$ на $д$ получим $вс$ и $вд$. Складывая результаты, получим $ас+ад+вс+вд.$
Вы.	Итак, какое правило получили для умножения многочлена на многочлен?
Ученик.	**Чтобы умножить многочлен на многочлен, нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена и полученные произведения сложить.**
Вы.	Выполни умножение многочленов, определяя в начале количество получаемых слагаемых до приведения подобных членов: 1) $(в-с)\cdot(в^2-вс-с^2)$; 2) $(5-2a+a^2)\cdot(4a^2-3a-1)$; 3) $(в^2-вх+х^2)^2$.

⇨	Не исключено, что ученик будет допускать ошибку в количестве одночленов, которые должны получиться после умножения многочленов. Он эту ошибку не заметит, и будет продолжать приводить подобные одночлены. Чтобы этого не было подчеркните то, что вначале ученик должен определить устно количество получаемых одночленов, а потом выполнить умножение многочленов. После умножения он ещё раз определяет количество полученных слагаемых и при совпадении приводит подобные члены. Например: $(a^2 + вс - 2a + 3д) \cdot (ac - в^2 - 5)$. После умножения должно получиться 12, то есть $4 \cdot 3 = 12$ слагаемых.
Ученик.	1) 6 слагаемых. $(в - c)(в^2 - вс - c^2) =$ $= в^3 - \underline{в^2c} - \underline{\underline{bc^2}} - \underline{в^2c} + \underline{\underline{bc^2}} + c^3 =$ $= в^3 - 2в^2c + c^3$. 2) ... 3) $(в^2 - вx + x^2)^2 =$ $= (в^2 - вx + x^2) \cdot (в^2 - вx + x^2)$. 9 слагаемых. $(в^2 - вx + x^2)^2 =$ $= (в^2 - вx + x^2) \cdot (в^2 - вx + x^2) = \cdots$

⇨	Если при выполнении 3-го пункта у ученика возникнут проблемы, то напомните ему определение степени с натуральным показателем в обратном порядке: $a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ раз}}$.
Вы.	Представь в виде многочлена: $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a)$.
Ученик.	1-й вариант: $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a) =$ $= -3a^2 \cdot (a^3 - a^4 + 2 - 2a) = \cdots$ 2-й вариант: $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a) =$ $= (-3a^5 - 6a^2) \cdot (1 - a) = \cdots$ Или $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a) =$ $= (a^3 + 2) \cdot (-3a^2 + 3a^3) = \cdots$
⇨	В подобных случаях ученик поступает так: $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a) =$ $= (-3a^5 - 6a^2) \cdot (-3a^2 + 3a^3) = \cdots$ Для устранения этих ошибок необходим такой диалог:

	Вы.	Пусть: $-3a^2 = c; \quad a^3 + 2 = д; \;\; 1 - a = m.$ Тогда, $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a) = c \cdot (д \cdot m).$ Какое свойство умножения получили?
	Ученик.	Сочетательное свойство умножения. Так как $c \cdot (д \cdot т) = (c \cdot d) \cdot m$ или $c \cdot (д \cdot m) = (c \cdot m) \cdot д$, следовательно, $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a) =$ $= (-3a^5 - 6a^2) \cdot (1 - a) = \cdots$ Или $-3a^2 \cdot (a^3 + 2) \cdot (1 - a) =$ $= (a^3 + 2) \cdot (-3a^2 + 3a^3) = \cdots$ То есть, **одночлен нужно умножать на один из многочленов, а потом полученный результат на другой многочлен.**
Вы.	Упрости выражение: 1) $x^4 - (x^2 - 3x)(x^2 + 3);$ 2) $11в^3(2в^2 - y) - (8y - 3в^2)(y - 2в^3).$	
Ученик.	1) $x^4 - (x^2 - 3x)(x^2 + 3) =$	

	$= x^4 - (x^4 + 3x^2 - 3x^3 - 9x) =$ $= \underline{x^4} - \underline{x^4} - 3x^2 + 3x^3 + 9x$ $= -3x^2 + 3x^3 + 9x.$ 2) ...
	Возможно, у ученика решение будет выглядеть так: 1) $x^4 - (x^2 - 3x)(x^2 + 3) = \underline{x^4} - \underline{x^4} + 3x^2 - 3x^3 - 9x =$ $= 3x^2 - 3x^3 - 9x.$ То есть, он допустил ошибку (не записал полученный многочлен в скобках после умножения) и утверждает, что правильно решил. Дело в том, что он одновременно выполняет два действия: умножает многочлен на многочлен и раскрывает скобки, в итоге не замечает свою ошибку. Чтобы этого не было, нужно сказать ученику о том, что полученный многочлен нужно писать в скобках, а потом раскрыть скобки. Для лучшего запоминания данного действия изложите вышесказанное в виде лозунга **«Многочлен всегда в скобках!»**.
	Далее…
Вы.	С помощью умножения одночлена на многочлен решай уравнение: $\frac{2x+1}{4} + 3 = \frac{x}{6} - \frac{6-x}{12}.$
Ученик.	А как?

Вы.	Что находится слева и справа от знака равенства?
Ученик.	Многочлен.
Вы.	Что нам мешает, чтобы привести данное уравнение к виду $ax = в$?
Ученик.	Числа, которые находится в знаменателе.
Вы.	Тогда, умножая обе части уравнения на что, можно решить эту проблему?
Ученик.	На НОК чисел 4,6 и 12, то есть на 12. Значит, многочлены умножаем на одночлен 12: 1-й шаг. $\left(\frac{2x+1}{4}+3\right)\cdot 12=\left(\frac{x}{6}-\frac{6-x}{12}\right)\cdot 12;$ 2-й шаг. $\frac{2x+1}{4}\cdot 12+3\cdot 12=\frac{x}{6}\cdot 12-\frac{6-x}{12}\cdot 12;$ 3-й шаг. $3\cdot(2x+1)+3\cdot 12=2x-(6-x);$ ...
Вы.	Можно сразу получить 3-й шаг, выполняя устно 1-й и 2-й шаг.

Ученик.	А как?
Вы.	$\frac{2x+1}{4}+3=\frac{x}{6}-\frac{6-x}{12}\quad\Big\vert\times 12.$ Эта запись означает, что обе части уравнения умножаем на 12. Значит, многочлен умножаем на одночлен. Чтобы многочлен умножить на одночлен, нужно каждый член многочлена умножить на одночлен и полученные произведения сложить – все это в данном случае означает, каждое слагаемое, которое находится слева и справа от знака равенства, умножаем устно на 12 и записываем полученные результаты по порядку.
Ученик.	$\frac{2x+1}{4}+3=\frac{x}{6}-\frac{6-x}{12}\quad\Big\vert\times 12.$ ⇨Устная работа ученика: 1) $\frac{2x+1}{4}\cdot 12$ – это означает, 12 делим на 4 и умножаем на $(2x+1)$, в итоге получим $3\cdot(2x+1)$; 2) $3\cdot 12$; 3) $\frac{x}{6}\cdot 12$ – это означает, 12 делим на 6 и умножаем x, в итоге получим $2\cdot x$; 4) $\frac{6-x}{12}\cdot 12$ – это означает, 12 делим на 12 и умножаем на $(6-x)$, в итоге получим $1\cdot(6-x)$.

	Записывая полученные результаты по порядку, получим: $3 \cdot (2x+1) + 3 \cdot 12 = 2 \cdot x - (6-x)$ …
⇨	Очень часто ученики поступают таким образом: $\frac{3/2x+1}{4}+\frac{12/3}{1}=\frac{2/x}{6}-\frac{1/6-x}{12}$ $\frac{3(2x+1)}{12}+\frac{36}{12}=\frac{2x}{12}-\frac{6-x}{12}$ А дальше не знают, как поступить, или решают с ошибками. Можно и так, но, не забывая о том, что обе части нужно умножить на 12 (на НОК чисел, которые находятся в знаменателе). В основном ученики забывают многочлен писать в скобках. Например: $3 \cdot (2x+1) + 3 \cdot 12 = 2 \cdot x - 6 - x$. Он многочлен $6 - x$ не записал в скобках. Когда перед многочленом стоит знак плюс, у ученика ответ верный, а когда перед многочленом стоит знак минус, ответ неверный. Эту проблему можно решить только одним способом, то есть напомнить ученику во время работы по чаще **«Многочлен всегда в скобках!»**.
	Далее…
Вы.	$(a+в):c = a:c + в:c$. Как называется такое свойство деления?

Ученик.	Распределительное свойство деления. То есть: **Чтобы сумму делить на число, нужно каждое слагаемое делить на это число и сложить полученные результаты.**
Вы.	А как по-другому можно называть такое свойство?
Ученик.	Деление многочлена на одночлен. Значит: **Чтобы многочлен делить на одночлен, нужно каждый член многочлена делить на этот одночлен и сложить полученные результаты.**
Вы.	Выполни деление: 1) $(a^2в - 3aв^2) : в$; 2) $(6a^2в^3 - 5a^3в^2) : \left(\frac{1}{2}aв\right)$; 3) $(32a^7в^3 - 44a^5в^5 + 68a^3в^7) : \left(\frac{4}{5}a^3в^3\right)$; 4) $(12 \cdot 5^{2n+1} - 8 \cdot 5^{2n} + 4 \cdot 5^{2n-1}) : (4 \cdot 5^{2n-2})$.
Ученик.	1) $(a^2в - 3aв^2) : в =$

	$= (a^2в^3):в - (3aв^2):в = a^2в^2 - 3aв.$ 2) $(6a^2в^3 - 5a^3в^2):\left(\frac{1}{2}aв\right) =$ $= (6a^2в^3):\left(\frac{1}{2}aв\right) - (5a^3в^2):\left(\frac{1}{2}aв\right) =$ $= 12aв^2 - 10a^2в.$
⇨	При делении коэффициентов у учеников возникают проблемы, они стараются выполнить вычисление устно, и в итоге допускают ошибку. Чтобы этого не было, необходим такой диалог:
Вы.	При делении одночлена на одночлен можно ли обойтись без знака деления.
Ученик.	Да. Заменить его чертой дроби. То есть: 2) $(6a^2в^3 - 5a^3в^2):\left(\frac{1}{2}aв\right) =$ $= \frac{6a^2в^3}{\frac{1}{2}aв} - \frac{5a^3в^2}{\frac{1}{2}aв} = \cdots$ 3) ... 4) $(12 \cdot 5^{2n+1} - 8 \cdot 5^{2n} + 4 \cdot 5^{2n-1}) :$ $: (4 \cdot 5^{2n-2}) = (12 \cdot 5^{2n+1}) : (4 \cdot 5^{2n-2}) -$ $-(8 \cdot 5^{2n}) : (4 \cdot 5^{2n-2}) + (4 \cdot 5^{2n-1}) :$

	$: (4 \cdot 5^{2n-2}) = 3 \cdot 5^{(2n+1)-(2n-2)} -$ $-2 \cdot 5^{2n-(2n-2)} + 5^{(2n-1)-(2n-2)} = \cdots$ $= 375 - 50 + 5 = 330.$ Или $(12 \cdot 5^{2n+1} - 8 \cdot 5^{2n} + 4 \cdot 5^{2n-1}) : (4 \cdot 5^{2n-2}) =$ $= \frac{12 \cdot 5^{2n+1}}{4 \cdot 5^{2n-2}} - \frac{8 \cdot 5^{2n}}{4 \cdot 5^{2n-2}} + \frac{4 \cdot 5^{2n-1}}{4 \cdot 5^{2n-2}} = \cdots$
Вы.	Упрости выражение: 1) $(3x^3 - 2x^2y) : x^2 - (2xy^2 + x^2y) : \left(\frac{1}{3}xy\right)$; 2) $(a^2в - 3aв^2) : \left(\frac{1}{2}aв\right) + (6в^2 - 5aв^2) : в^2$.
Ученик.	1) $(3x^3 - 2x^2y) : x^2 - (2xy^2 + x^2y) : \left(\frac{1}{3}xy\right) =$ $= \left(\frac{3x^3}{x^2} - \frac{2x^2y}{x^2}\right) - \left(\frac{2xy^2}{\frac{1}{3}xy} + \frac{x^2y}{\frac{1}{3}xy}\right) =$ $= (3x - 2y) - (6y + 3x) = \cdots$ 2) …
	Напомните ученику о том, что в подобных случаях полученные результаты после деления многочлена на одночлен нужно записать в скобках, чтобы избежать от ошибок в дальнейшем.

Вы.	**Самостоятельная работа (конечный результат)** 1. Запишите в стандартном виде многочлен: 1) $2a^2x^3 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4$; 2) $5x \cdot 2y^2 - 5x \cdot 3xy - x^2y + 6xy^2$. 2. Упростите: 1) $\overline{авс} + \overline{вс}$; 2) $\overline{xyz} - \overline{xz}$; 3) $6m^2n^3 - n^2 \cdot (6m^2n + n - 1)$; 4) $-0{,}5c^2(2c-3)(4-c^2) - (2+c^2)(c^3+3)$. 3. Решите уравнение: $\frac{x+1}{9} - \frac{x-1}{18} = 2 - \frac{x+3}{2}$. 4. Упростите: $\left(3x^4 + \frac{1}{3}x^2\right) : x - x^3 : (3x^2)$. Ответы: 1. 1) $a^2x^3 + a^4$; 2) $16xy^2 - 16x^2y$.

2. 1) $100a + 20в + 2c$; 2) $90x + 10y$;

3) $-n^3 + n^2$; 4) $-6c^3 + 3c^2 - 1{,}5c^4 - 6$.

3. 0,6.

4. $3x^3$.

Дополнительные задания для закрепления материала

1. Приведите к стандартному виду многочлен:

1) $a^2 + ав + в^2 - 3a^2 - 4ав + 5в^2$;

2) $a^2 + в - ав - 2в + 3ав - a^2$;

3) $10авc^2 + 23a^2вc - авc^2 - 15a^2вc + авc^2 - 2a^2вc$;

4) $-3{,}6x^2yz + 1{,}2xy^2z - 0{,}5xyz^2 + 3x^2yz - 4xy^2z + xyz^2$;

5) $2авc5a + 1\frac{5}{7}a^2\frac{7}{12}вc - 2\frac{2}{3}ав\left(-\frac{3}{8}\right)a$;

6) $3mnк4n - \frac{3}{8}mn\left(2\frac{2}{3}\right)nк + \frac{2}{9}mn^2\left(-4\frac{1}{2}\right)к$.

2. Представьте в виде многочлена и упростите получившуюся сумму или разность:

1) $\overline{авc} + \overline{вa}$;

2) $\overline{ac} + \overline{авc}$;

3) $\overline{авс} - \overline{сва}$;

4) $\overline{авсд} - \overline{вса}$.

3. Выполните умножение:

1) $6сд\left(\frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{3}д^2\right)$;

2) $(1{,}2x^2 - 1{,}5y)\frac{1}{3}xy$;

3) $(0{,}1a^2 - 0{,}2ав + в)10ав$;

4) $(-2c^2 + 3c + 1)\left(-\frac{1}{4}c\right)$;

5) $-2x^8y^5(3x^2 - 5xy + y^2)$;

6) $\left(в^7 - \frac{1}{2}в^5c + \frac{2}{3}в^3c^3 - \frac{3}{5}c^5\right)(-30вс^3)$.

4. Выполните умножение многочленов:

1) $(a^2 + ав + в^2)(a^2 - ав + в^2)$;

2) $\left(\frac{1}{5}a - \frac{1}{4}в + \frac{1}{3}c\right)(0{,}15ac + 0{,}18вс + 0{,}12c^2)$;

3) $(x + y)(x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5)$;

4) $(a + в + c)(a^2 + в^2 + c^2 - ав - ac - вс)$;

5) $(2x^2 - 3ax + a^2)^2$;

6) $(x^{100} - 3x^{50} + 1)^2$.

5. Упростите выражение:

1) $x^2 - (x-3)(x+2) + 3x^2$;

2) $x^2(3-x) - (2-x^2)(x+1) - 4x^2$;

3) $a(3в - 1) - в(a - 3) - 2(aв - a + в)$;

4) $2x^2 - (x - 2y)(2x + y)$.

6. Представьте в виде многочлена:

1) $-0{,}2a^2(5a - 4)(3 - a^2)$;

2) $(a + в)(a + 2в)(a + 3в)$;

3) $(c - д)(c - 2д)(c - 3д)$;

4) $(2x + y + z)(x + 2y + z)(x + y + 2z)$.

7. Решите уравнение:

1) $\dfrac{1-6x}{2} - \dfrac{2x+19}{12} = \dfrac{23-2x}{3}$;

2) $\dfrac{3y-1}{24} - \dfrac{2y+6}{36} - 1 = 0$;

3) $\dfrac{2x+1}{3} - \dfrac{7x+5}{15} = \dfrac{x-2}{5}$;

4) $\dfrac{2x-1}{2}=\dfrac{3x-1}{3}-\dfrac{1}{6}.$

8. Выполните деление:

1) $2{,}1m^4 nк: 0{,}6m^2;$

2) $\dfrac{3{,}1m^2n^3p}{0{,}1mn^2p};$

3) $-\frac{2}{3}x^3y:\left(-\frac{1}{6}x^2y\right);$

4) $0{,}02a^2в^4c^6: 10aв^2c^3;$

5) $\dfrac{(-a^2в^4c)^4}{aвc};$

6) $(-xyz^2)^5:(-x^2yz^3)^2.$

9. Выполните деление многочлена на одночлен:

1) $(12a^2в-18в^2):(-6в);$

2) $(2x^5y^4+3x^4y^3):(-3x^4y^3);$

3) $(-x^5y^3+3x^6y^2):(4x^4y^2);$

4) $(32a^7в^3-44a^5в^5+68a^3в^7):\dfrac{4}{5}a^3в^3.$

10. Упростите выражение:

1) $(35a^3в-49a^2в^2+21aв^3):(7aв)-(a-в)(5a-2в);$

2) $\left(\frac{3}{4}a^6в^3 + a^4в\right) : \left(\frac{1}{12}в\right) + (a^5в - 3a^6в^3) : \frac{1}{3}aв;$

3) $(6a^4в + 3a^3в^2 + 12a^2в^3) : (18a^2в) - (a + в)(3a + 7в);$

4) $(3c^3 + 4c^2д) : \frac{1}{2}c^2 - \left(cд + \frac{1}{5}д^2\right) : \frac{1}{5}д.$

11. Преобразуйте дробь в сумму, выполнив по членное деление:

1) $\frac{32x^3y - 16x^2y^2 + 8xy^3 - 4x^4y^4}{4xy};$

2) $\frac{3aвc - 0{,}2aв + 0{,}04вc}{10в}.$

Ответы:

1. 1) $-2a^2 - 3aв + 6в^2;$ 2) $-в + 2aв;$

3) $10aвc^2 + 6a^2вc;$ 4) $-0{,}6x^2yz - 2{,}8xy^2z + xyz^2;$

5) $11a^2вc + a^2в;$ 6) $10mn^2к.$

2. 1) $101a + 20в + c;$ 2) $110a + 10в + 2c;$

3) $99a - 99c;$ 4) $1001a + д.$

3. 1) $3c^3д + 2cд^3;$ 2) $0{,}4x^3y - 0{,}5xy^2;$

3) $a^3в - 2a^2в^2 + 10aв^2;$ 4) $\frac{1}{2}c^3 - \frac{3}{4}c^2 - \frac{1}{4}c;$

5) $-6x^{10}y^5+15x^9y^6-2x^8y^7$;

6) $-30в^8c^3+15в^6c^4-20в^4c^6+18вc^8$.

4. 1) $a^4+a^2в^2+в^4$;

2) $0{,}03a^2c-0{,}0015aвc+0{,}074ac^2-0{,}045в^2c+$

$+0{,}06вc^2+0{,}04c^3$;

3) x^6-y^6; 4) $a^3-3aвc+в^3+c^3$;

5) $4x^4-12ax^3+13a^2x^2-6a^3x+a^4$;

6) $x^{200}-6x^{150}+11x^{100}-6x^{50}+1$.

5. 1) $3x^2+x+6$; 2) $-2x-2$;

3) $2a+в-3$; 4) $3xy+2y^2$.

6. 1) $a^5-0{,}8a^4-3a^3+2{,}4a^2$;

2) $a^3+6a^2в+11в^2+6в^3$;

3) $c^3-6дc^2+11д^2c-6д^3$;

4) $2x^3+8x^2y+7x^2z+8xy^2+18xyz+7xz^2+$

$+2y^3+7y^2z+7yz^2+2z^3$.

7. 1) $-3{,}5$; 2) $17{,}4$; 3) нет решений;

4) бесконечно много решений.

8. 1) $3{,}5m^2n\kappa$; 2) $31mn$; 3) $4x$;

4) $0{,}002a\text{в}^2c^3$; 5) $a^7\text{в}^{15}c^3$; 6) $-x^3y^4z^4$.

9. 1) $-2a^2+3\text{в}$; 2) $\frac{2}{3}xy^2-1$;

3) $-\frac{1}{4}xy+\frac{3}{4}x^2$; 4) $40a^4-55a^2\text{в}^2+85\text{в}^4$.

10. 1) в^2; 2) $15a^4$;

3) $-2\frac{2}{3}a^2-9\frac{5}{6}a\text{в}-6\frac{1}{3}\text{в}^2$; 4) $c+7\partial$.

11. 1) $8x^2-4xy+2y^2-x^3y^3$;

2) $0{,}3ac-0{,}02a+0{,}004c$.

4.5 Итоговая проверочная работа

I вариант

1. Найдите значение выражения $-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-1$ при $x=-1$. Ответ: $-1\frac{1}{6}$.

2. Масса луны равна $7{,}35\cdot10^{22}$ кг. Выразите массу Луны в миллионах тонн. Ответ: $7{,}35\cdot10^{13}$ млн т.

3. Представьте выражение $(a^6)^2\cdot a^{14}$ в виде степени с основанием a. Ответ: a^{26}.

4. Вычислите значение выражения $\frac{4^{12}}{4^8\cdot4^2}$. Ответ: 16.

5. Представьте в виде степени произведение $5^n\cdot25$.

Ответ: 5^{n+2}.

6. Представьте в виде степени выражение $\frac{3^4}{3^m}$.

Ответ: 3^{4-m}.

7. Вычислите:

1) $\frac{27\cdot9^3}{16^0\cdot3^7}$; 2) $\frac{15^9\cdot7^9}{21^8\cdot5^8}$; 3) $\frac{28^7}{4^7\cdot7^8}$.

Ответы: 1) 9; 2) 105; 3) $\frac{1}{7}$.

8. Сравните 7^{952} *и* 64^{476}. Ответ: $7^{952} \prec 64^{476}$.

9. Упростите выражение:

1) $(-2a^3в^2)^2 \cdot (-3a^2в)^3$; 2) $-(-0{,}5a^4в^3)^2 : (0{,}1a^0в^2)^3$;

3) $15к - 3к(5 - 2к)$; 4) $y^3 - (5 + y)(25 - 5y + y^2)$.

Ответы: 1) $-10a^{12}в^5$; 2) $-250a^8$; 3) $6к^2$; 4) -125.

10. Решите уравнение $\frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{5} = 2$.

Ответ: -9.

II вариант (ваш конечный результат)

1. Найдите значение выражения $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1$ при $x = -1$.

2. Масса Меркурия равна $3{,}3 \cdot 10^{23}$ кг. Выразите массу Меркурия в миллионах тонн.

3. Представьте выражение $\frac{a^9}{(a^2)^3}$ в виде степени с основанием a.

4. Вычислите значение выражения $\frac{6^4 \cdot 6^9}{6^{12}}$.

5. Представьте в виде степени $9 \cdot 3^к$.

6. Представьте в виде степени выражение $\frac{2^к}{2^3}$.

7. Вычислите:

1) $\dfrac{5^9 \cdot 17^0}{125 \cdot 25^2}$; 2) $\dfrac{15^{22} \cdot 4^{22}}{12^{22} \cdot 5^{22}}$; 3) $\dfrac{3^{11} \cdot 6^{10}}{18^{11}}$.

8. Сравните 6^{530} и 25^{265}.

9. Упростите выражение:

1) $-(-0{,}2x^2y)^3 \cdot (-5xy^3)^2$; 2) $-(2a^3в^2)^2 : \left(-\dfrac{1}{3}aв\right)^3$;

3) $4aв - в^2 - в(a - в)$; 4) $x^3 - (2 + x)(4 - 2x + x^2)$.

10. Решите уравнение $\dfrac{x-4}{2} - \dfrac{x-2}{5} = 2$.

Ответы: **1.** $\dfrac{1}{6}$; **2.** $3{,}3 \cdot 10^4$ млн т; **3.** a^3; **4.** 6; **5.** $3^{2+к}$;

6. $2^{к-3}$; **7.** 1) 25; 2) 1; 3) $\frac{1}{6}$; **8.** $6^{530} \succ 25^{265}$;

9. 1) $0{,}2x^8y^7$; 2) $108a^3в$; 3) $3aв$; 4) -8; **10.** $x = 12$.