

Глава 2.2. Динамические уравнения для взаимодействующих частиц.

Продолжим изучение замкнутой системы, состоящей из двух взаимодействующих квантовых частиц, начатое в предыдущей главе. В традиционной квантовой механике состояние таких частицы описывается приведённой матрицей плотности¹, которая для данной системы имеет вид

$$\rho_t(x, x') = \int \Psi_t(x, q) \Psi_t^*(x', q) dq.$$

Однако, квадратичная по модулю квантовомеханической волновой функции нормировка, не соответствует его (модуля) физическому смыслу и математически запутывает использование стандартной приведённой матрицы плотности совместно с линейной по модулю нормировкой волновой функции материального поля, используемой в данном исследовании. Кроме того, полученная в предыдущей главе форма волновой функции замкнутой системы двух частиц вида

$$\begin{aligned} \Psi_t(x, q) &= \iint_0^\infty \left[a^{\min}(\varepsilon_1, t) b^{\min}(\varepsilon_2, t) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)t\right) \psi_t^{\varepsilon_1}(x) \varphi_t^{\varepsilon_2}(q) \right] d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 = \\ &= \int_0^\infty \left[a^{\min}(\varepsilon_1, t) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_1 t\right) \psi_t^{\varepsilon_1}(x) \right] d\varepsilon_1 \int_0^\infty \left[b^{\min}(\varepsilon_2, t) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_2 t\right) \varphi_t^{\varepsilon_2}(q) \right] d\varepsilon_2 = \\ &= \Psi_t^{\text{red}}(x) \Phi_t^{\text{red}}(q), \end{aligned}$$

позволяет описать временную эволюцию пространственных распределений сплошных сред частиц по отдельности. Функции $\Psi_t^{\text{red}}(x)$ и $\Phi_t^{\text{red}}(q)$ ² имеют физический смысл волновых функций частиц (как модуль, так и фазовый множитель), но не являются векторами в соответствующих гильбертовых пространствах. Временная зависимость коэффициентов разложения этих «обобщённых» волновых функций определяется взаимодействием квантовых частиц³. Эти зависимости могут быть получены из закона сохранения вещества квантовых частиц в форме дифференциальных уравнений непрерывности и классической динамики взаимодействия индивидуальных точек полей частиц. При выводе закона эволюции состояний систем воспользуемся простыми физическими соображениями. Первое из этих соображений состоит в том, что элементом динамики являются материальные поля. Индивидуальные частицы этих полей имеют одинаковую энергию, а сами материальные поля распределены в пространстве в соответствии с этой энергией и классическим силовым полем. Влияние взаимодействия квантовых частиц описывается комплексными коэффициентами разложения сплошных сред частиц по материальным полям⁴. Второе соображение непосредственно следует принципа наименьшего действия, который позволяет определить скорость передачи энергии индивидуальной точки поля от одной квантовой частицы к индивидуальной точке поля другой.

По аналогии с модулем волновой функции, как плотности меры вещества частицы в физическом пространстве, введём понятие плотности меры материальных полей в пространстве энергии и сопоставим ей модуль соответствующего комплексного коэффициента разложения сплошной среды частицы по материальным полям. Поскольку мы полагаем сохранение вещества частиц, то для коэффициентов разложения частиц системы $a(\varepsilon_1, t)$ и $b(\varepsilon_2, t)$ справедливы уравнения непрерывности в пространстве энергии. Выведем эти уравнения. Для этого рассмотрим материальные поля, индивидуальные частицы которых движутся в одном направлении. Тем самым мы снимаем вырождение по направлению движения и получим единственное материальное поле частицы в каждой точке пространства энергии. Другими словами, каждое множество материальных полей частицы, движущихся в одном направлении, образует поле в пространстве энергии. Такая интерпретация сама по себе определяет связь между временной зависимостью функций комплексной плотности $a(\varepsilon_1, t)$, $b(\varepsilon_2, t)$ и классической динамикой взаимодействия частиц, поскольку, в силу непрерывности изменения значений энергий полей, для них справедливы уравнения непрерывности. При этом следует учитывать принципиальное отличие уравнений непрерывности для полей в пространстве энергии и индивидуальных точек в физическом пространстве. Действительно, при изменении энергии материального поля, свойство его сплошности приводит к мгновенному формированию поля кинетической

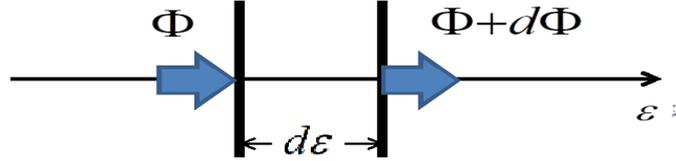
¹В отличие от матрицы плотности, введённой И.фон-Нейманом (И.фон Нейман «Математические основы квантовой механики») и, по определению, имеющей статистический смысл, приведённая матрица плотности, предложенная Л.Ландау (Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц «Квантовая механика. Нерелятивистская теория.»), без привязки к наблюдаемому, то есть без последующего измерения, не содержит никакой статистики (также как и волновая функция) и является лишь способом описания сплошной среды квантовой частицы, являющейся частью открытой системы.

²Верхний индекс «red» используется как обозначение приведённой (редуцированной) волновой функции, которая характеризует состояние частицы аналогичное состоянию, описываемому приведённой матрицей плотности.

³Это делает эволюцию состояний при наличии взаимодействия в общем случае нелинейной.

⁴Это свойство квантовых частиц фактически предполагается и при представлении приведённой матрицы плотности в энергетическом виде (см.Л.Ландау (Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц «Квантовая механика. Нерелятивистская теория.»).

энергии индивидуальных точек (поля скоростей) во всём физическом пространстве и, соответственно этому, мгновенно формируется поле плотности меры (именно это свойство и лежит в основе, так называемых, нелокальных процессов в квантовой механике типа ЭПР-парадокса). В результате, для любого значения энергии, поле плотности частицы однозначно определено во всём физическом пространстве, то есть является стационарным. Это внутреннее свойство квантовых частиц, как совокупности материальных полей, не распространяется на пространство энергии, в котором временная зависимость спектральных коэффициентов разложения a и b определяется нестационарным уравнением непрерывности. Последнее запишем для бесконечно малого интервала $d\varepsilon$ в пространстве энергии (см. рисунок). Уравнение непрерывности для



модуля комплексной плотности имеет вид

$$\frac{\partial |a(\varepsilon, t)|}{\partial t} d\varepsilon = \Phi(\varepsilon, t) - \Phi(\varepsilon + d\varepsilon, t).$$

Для потоков комплексной плотности в пространстве энергии имеем

$$\begin{aligned} \Phi(\varepsilon, t) &= \dot{\varepsilon} |a(\varepsilon, t)|, \\ \Phi(\varepsilon + d\varepsilon, t) &= -(\dot{\varepsilon} + d\dot{\varepsilon}) (|a(\varepsilon, t)| + d|a(\varepsilon, t)|) \end{aligned}$$

Подставив выражения для потоков в уравнение непрерывности, получим

$$\frac{\partial |a|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (|a| \dot{\varepsilon}) = 0, \quad (1)$$

Аналогичное выражение имеем и для коэффициентов разложения второй частицы. Тогда

$$\begin{cases} \frac{\partial |a|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_1} (|a| \dot{\varepsilon}_1) = 0, \\ \frac{\partial |b|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_2} (|b| \dot{\varepsilon}_2) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

В системе (2) остаётся неопределённая величина скорости изменения энергии поля $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$ в пространстве энергии материальных полей. Формально это скорость изменения энергии материальных полей, как функция энергии ε . Определим её для поля частицы 1 (для поля частицы 2 выражение будет иметь аналогичную форму). При наличии взаимодействия, в каждый момент времени поле состоит из индивидуальных точек, которые «до этого» принадлежали различным материальным полям, ввиду зависимости энергии взаимодействия от координат физического пространства. Однако, вследствие физической неразличимости любых элементов сплошной среды квантовой частицы, их предыстория не имеет никакого значения, так что скорость $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$ будет равна сумме всех скоростей изменения энергии индивидуальных точек $\varepsilon(x(\xi), \varepsilon_1)$ поля ε_1 ⁵, «взвешенных» с их плотностью меры, то есть

$$\dot{\varepsilon}_1(\varepsilon_1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} \right)^{\Sigma} (\varepsilon_1, x, t) |\psi_{\varepsilon_1}(x)| dx, \quad (3)$$

где $\left(\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} \right)^{\Sigma} (\varepsilon_1, x)$ — локальная производная энергии индивидуальной точки, находящейся в точке пространства x поля ε_1 , возникающая в результате её взаимодействия со всеми индивидуальными точками всех материальных полей сплошной среды второй частицы. Очевидно, что эта величина выражается через приращения энергии в результате парных взаимодействий с индивидуальными точками второй частицы $\partial \varepsilon^1 / \partial t(\varepsilon_1, \varepsilon_2, x, q)$, следующим образом:

⁵Значения энергии индивидуальных точек материального поля одинакова и равна энергии поля ε , однако производная по времени различна для различных индивидуальных частиц, поэтому энергия индивидуальных точек обозначается другой буквой.

$$\left(\frac{\partial \epsilon_1}{\partial t}\right)^\Sigma(\epsilon_1, x, t) = \int_0^\infty |b(\epsilon_2, t)| \left[\int_{-\infty}^\infty \frac{\partial \epsilon_1}{\partial t}(\epsilon_1, \epsilon_2, x, q) |\varphi_{\epsilon_2}(q)| dq \right] d\epsilon_2 \quad (4)$$

В соответствии с принципом наименьшего действия, следующего из выражения для волновой функции замкнутой системы $\Psi_t(x, q)$, величина $\partial \epsilon^s / \partial t(\epsilon_s, \epsilon_r, x, q)$ соответствует классической динамике:

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = -\frac{\partial V_1(x)}{\partial x} - \frac{\partial U(|x(t) - q(t)|)}{\partial x}, \\ \frac{dp_2}{dt} = -\frac{\partial V_2(q)}{\partial q} - \frac{\partial U(|x(t) - q(t)|)}{\partial q}. \end{cases}$$

Откуда имеем

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{m\dot{x}^2}{2} \right) + \frac{\partial V_1(x)}{\partial x} \dot{x} = -\frac{\partial U(x, q)}{\partial x} \dot{x}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{m\dot{q}^2}{2} \right) + \frac{\partial V_2(q)}{\partial q} \dot{q} = -\frac{\partial U(x, q)}{\partial q} \dot{q}, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \frac{d\epsilon_1}{dt} = -\frac{\partial U(x(\xi_2), q(\xi_1))}{\partial x} \dot{x}, \\ \frac{d\epsilon_2}{dt} = -\frac{\partial U(x(\xi_2), q(\xi_1))}{\partial q} \dot{q}. \end{cases}$$

Ввиду равенства нулю конвективной производной энергии, в представлении Эйлера окончательно получим

$$\begin{cases} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial t}(x, q) = -\frac{\partial U(x, q)}{\partial x} \dot{x}(x), \\ \frac{\partial \epsilon_2}{\partial t}(x, q) = -\frac{\partial U(x, q)}{\partial q} \dot{q}(q). \end{cases} \quad (5)$$

Последовательная подстановка (9) в (8) и, затем, в (11) полностью определяет величину $\dot{\epsilon}_s$ и, следовательно, уравнения системы (2)⁶. Действительно, волновые функции материальных полей обеих частиц в отсутствие взаимодействия определяются выражениями

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \frac{\dot{x}^M(0)}{\dot{x}^M(x)} \psi_0(0) \exp \left(i \left(\frac{\epsilon_1}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_1^M} \right) \int_0^x \frac{1}{\dot{x}^M(\eta)} d\eta \right) \exp \frac{2\pi i}{T_1^R} \int_0^x \frac{1}{\dot{x}^R(\eta)} d\eta, \\ \varphi(q) &= \frac{\dot{q}^M(0)}{\dot{q}^M(q)} \varphi_0(0) \exp \left(i \left(\frac{\epsilon_2}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_2^M} \right) \int_0^q \frac{1}{\dot{q}^M(\eta)} d\eta \right) \exp \frac{2\pi i}{T_2^R} \int_0^q \frac{1}{\dot{q}^R(\eta)} d\eta, \end{aligned}$$

где верхний индекс M относится к механическому движению материального поля, R — к динамике его «покоя» (см. главу 3, первой части). Тогда динамика замкнутой системы двух квантовых частиц однозначно определяется системой

$$\begin{cases} \frac{\partial |a|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \epsilon_1} (|a| \dot{\epsilon}_1) = 0, \\ \frac{\partial |b|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \epsilon_2} (|b| \dot{\epsilon}_2) = 0, \\ \dot{\epsilon}_1(\epsilon_1, t) = \int_{-\infty}^\infty \left[\int_0^\infty |b(\epsilon_2, t)| \left[\int_{-\infty}^\infty \left(-\frac{\partial U(x, q)}{\partial x} \dot{x} \right) |\varphi_{\epsilon_2}(q)| dq \right] d\epsilon_2 \right] |\psi_{\epsilon_1}(x)| dx, \\ \dot{\epsilon}_2(\epsilon_2, t) = \int_{-\infty}^\infty \left[\int_0^\infty |a(\epsilon_1, t)| \left[\int_{-\infty}^\infty \left(-\frac{\partial U(x, q)}{\partial q} \dot{q} \right) |\psi_{\epsilon_1}(x)| dx \right] d\epsilon_1 \right] |\varphi_{\epsilon_2}(q)| dq. \end{cases} \quad (6)$$

⁶Эти подстановки не являются просто формальной процедурой. «Усреднение» скорости изменения энергии по всем индивидуальным точкам материальных полей квантовых частиц при соответствующем пространственном распределении этих материальных полей целиком во всём пространстве отражает природу квантовой частицы, как совокупности материальных полей.

Система (6) не содержит никаких стохастических членов и определяет пространственное распределение сплошных сред взаимодействующих квантовых частиц (с учётом комплексного интерференционного множителя) детерминированным образом. Другим свойством системы является её пространственная нелокальность, а именно: объектами динамики являются энергетические волновые функции, то есть коэффициенты разложения вещества квантовых частиц по материальным полям, а это означает, что изменение этих коэффициентов приводит к изменению распределения вещества частицы одновременно во всём физическом пространстве. Таким образом, уравнения (6) прямо указывает на причину «квантовой нелокальности», а именно: *квантовые частицы представляют собой не материальные точки, а совокупности материальных полей*. То есть, строго говоря, взаимодействие между материальными полями различных частиц, находящихся в одном объёме пространства (пусть даже сколь угодно большом) никогда не прекращается, а возникает состояние равновесия, при котором распределения по этим полям становятся стационарными.

Обобщение динамики **консервативной системы, состоящей из произвольного числа квантовых частиц** достаточно очевидно. Действительно, уравнения непрерывности для коэффициентов разложения по материальным полям идентичны по своей форме друг другу и соответствующим уравнениям для системы двух частиц. Обозначив нижним индексом, номер частицы, запишем эти уравнения для каждой из N квантовых частиц системы в виде

$$\frac{\partial |a_k(\varepsilon_k)|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_k} \left(|a_k(\varepsilon_k)| \dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k) \right) = 0,$$

Отличия между уравнениями заключаются в различных выражениях для скоростей полей в пространстве энергии

$$\dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial t} \right)^{\Sigma} (\varepsilon_k, x) |\psi_{\varepsilon_k}(x)| dx,$$

где, учитывая аддитивность приращения энергии в результате взаимодействия со всеми материальными полями всех других частиц, локальная производная энергии индивидуальной точки, находящейся в точке пространства x поля $\varepsilon^i \left(\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial t} \right)^{\Sigma} (\varepsilon_k, x_k)$ определяется выражением

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial t} \right)^{\Sigma} (\varepsilon_k, x_k) = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N \int_0^{\infty} |a_l(\varepsilon_l)| \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial t} (\varepsilon_k, \varepsilon_l, x_k, x_l) |\psi_{\varepsilon_l}(x_l)| dx_l \right] d\varepsilon_l$$

Здесь учтена аддитивность приращения энергии индивидуальной точки поля ε_i квантовой частицы i . Последняя величина может быть определена, исходя из принципа наименьшего действия, то есть $\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial t} (\varepsilon_l, \varepsilon_l, x_k, x_l)$ определяется классической динамикой взаимодействия двух индивидуальных точек материальных полей частиц k, l , находящихся в точках пространства x_k, x_l . В результате имеем

$$\frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial t} = - \frac{\partial U(x_k, x_l)}{\partial x_k} \dot{x}_k.$$

Волновые функции материальных полей частиц системы имеют вид

$$\psi_{k,\varepsilon_k}(x) = \frac{\dot{x}_{k,\varepsilon_k}^M(0)}{\dot{x}_{k,\varepsilon_k}^M(x)} \psi_{k,\varepsilon_k}(0) \exp \left(i \left(\frac{\varepsilon_k}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_{i,\varepsilon_k}^M} \right) \int_0^x \frac{1}{\dot{x}_{k,\varepsilon_k}^M(\eta)} d\eta \right) \exp \frac{2\pi i}{T_{k,\varepsilon_k}^R} \int_0^x \frac{1}{\dot{x}_{k,\varepsilon_k}^R(\eta)} d\eta.$$

где верхний индекс M относится к механическому движению материального поля, R — к динамике его «покоя» (см. главу 3, первой части). В результате, квантовая динамика системы произвольного числа N взаимодействующих частиц полностью описывается уравнениями

$$\begin{cases} \frac{\partial |a_k(\varepsilon_k)|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_k} \left(|a_k(\varepsilon_k)| \dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k) \right) = 0, \\ \dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{\substack{l=1 \\ j \neq i}}^N \int_0^{\infty} |a_l(\varepsilon_l, t)| \left[\int_{-\infty}^{\infty} \left(- \frac{\partial U(x_k, x_l)}{\partial x_k} \dot{x}_k \right) |\psi_{\varepsilon_l}(x_l)| dx_l \right] d\varepsilon_l \right] |\psi_{k,\varepsilon_k}(x_k)| dx_k. \end{cases} \quad (7)$$

Эта система однозначно и детерминированно определяет динамику пространственного распределения плотности меры вещества всех частиц замкнутой системы. Однако неизвестными остаются фазы комплексных множителей $\varphi(\varepsilon, t)$ разложения

$$a_k(\varepsilon, t) = |a_k(\varepsilon_k, t)| \exp i\varphi_k(\varepsilon_k, t).$$

Они не могут быть определены аналогично модулям $|a_k(\varepsilon, t)|$, поскольку не являются аддитивными величинами по индивидуальным частицам индивидуальных объёмов.

В качестве основы вывода воспользуемся тем положением, что фаза определяется функционалом действия. Интегралы по путям, как наиболее общее эмпирическое представление квантовой механики (причём единственное универсальное, поскольку включает в себя как процессы эволюции, так и редукции), приводит к представлению о движении индивидуальных точек носителя волновой функции (точек эфира) по путям с минимальным действием. Действие для конкретного (в данном случае минимального) пути по сути перестаёт быть функционалом, а превращается в функцию двух переменных: координат пространства и времени. При этом, действие распадается на две части, которые определяют пространственное и временное распределения фазы волновой функции квантовой частицы. Требование непрерывности материальных полей в отсутствие взаимодействия между индивидуальными частицами однозначно определяет поля скоростей во всём пространстве для заданного поля потенциальной энергии $V(x, t)$. При этом любое изменение поля потенциальной энергии (в том числе и в локальной области пространства) мгновенно приводит к изменению полей скоростей во всём пространстве. Другими словами, мгновенно изменяются скорости и тех индивидуальных частиц, на которые не действуют никакие силы (напомним, что внутренние напряжения отсутствуют). Это означает, что само применение понятия динамики и времени к пространственной структуре материальных полей неприменимо.⁷ При этом переменная τ в пространственной части функционала действия приобретает совершенно иной физический смысл (см. главу 1.4).

Поскольку предположение о квантовой частице, как о совокупности материальных полей однозначно определяет пространственное распределение вещества (как модуля, так и фазы) в заданном внешнем классическом поле, то вещество любой меры, энергия индивидуальных точек которого становится равной E , мгновенно перераспределяется во всём пространстве. Последнее свойство является внутренним свойством частицы и, следовательно, не противоречит СТО. Но, в таком случае, материальное поле представляет собой цельный объект, в общем, изменяющийся во времени, чья фаза определяется временной частью действия⁸. Также, как и в случае с пространственным фазовым множителем, нам необходимо определить плотность фазы в пространстве энергии.

Рассмотрим в пространстве энергии «индивидуальный объём» — множество материальных полей Θ (поля, в данном случае, представляют собой аналог индивидуальных точек, а их энергия — координаты). Мера множества материальных полей задаётся их объёмом $V_\Theta(t_0)$ в пространстве энергии в начальный момент времени $t = t_0$. Этот выбор произволен. Каждый элемент объёма идентифицируется переменной Лагранжа $\theta = \varepsilon(t_0)$. Выберем такое множество материальных полей, для элементов которого скорость изменения энергии поля $\dot{\varepsilon}_\Theta = \dot{\varepsilon}(\theta_\Theta)$ можно положить одинаковой. Тогда объём пространства энергии, занимаемый этими полями будет иметь вид

$$\Delta\varepsilon_\Theta(t) = \dot{\varepsilon}_\Theta \Delta t_\Theta,$$

где Δt_Θ произвольный малый временной⁹ интервал, задающий множество материальных полей. Определим фазу материального поля (плотность фазы в пространстве энергии). Приращение фазы объёму энергетического пространства $\Delta\varepsilon$ в произвольный момент времени t равно

$$\Delta\varphi(t) = \Delta\varphi(t_0) - \frac{1}{\hbar} \Delta\varepsilon(t - t_0).$$

Это выражение является следствием формы временной части классического функционала действия и, следовательно, относится локализованному как в физическом, так и энергетическом пространствах полей. Поэтому необходимо учесть отношение доли вещества индивидуального объёма, приходящуюся на множество материальных полей в выбранном фиксированном малом интервале энергии в момент времени t , к аналогичной величине в начальный момент времени t_0 . Это отношение определится как

$$\frac{M_{\Delta\varepsilon}(t)}{M_{\Delta\varepsilon}(0)} = \frac{\rho_\Theta(t)\Delta\varepsilon}{\rho_\Theta(t_0)\Delta\varepsilon} = \frac{\rho_\Theta(t)}{\rho_\Theta(t_0)} = \frac{\dot{\varepsilon}_\Theta(t_0)}{\dot{\varepsilon}_\Theta(t)},$$

⁷Проще говоря, индивидуальной частице нет необходимости фактически «пройти» путь $x(x, \tau)$ за время $\delta\tau|_{\tau=0}^{\tau=t}$ в постоянном поле с соответствующей данному времени потенциальной энергией $V(x)$, чтобы оказавшись в точке x в момент времени t «приобрести» скорость $v(x)$. Материальное поле цельное и скорости для всех индивидуальных точек пространства устанавливаются мгновенно в соответствии с полем потенциальной энергии по, как оказывается, «первичному» по отношению к закону Ньютона, соотношению $v(x) = \sqrt{\frac{2}{m}(E - V(x))}$.

⁸В отличии от временной переменной τ задающей равные меры вещества в пространственном материальном поле, в данном случае мы имеем дело с переменной времени t в её классическом понимании.

⁹Под малостью интервала подразумевается, что скорость изменения энергии остаётся в его диапазоне постоянной, то есть условия взаимодействия квантовых частиц, их распределения в пространстве энергии постоянны.

где $\dot{\varepsilon}_\Theta(t_0)$, $\dot{\varepsilon}_\Theta(t)$ скорости изменения энергии материальных полей малого индивидуального объёма Θ , включающего выбранный диапазон пространства энергии¹⁰, соответственно в моменты времени t_0 и t . В результате для плотности фазы в пространстве энергии получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon}(\theta, t) = \lim_{\Delta \varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \varphi(t) \rho_\Theta(t)}{\Delta \varepsilon \rho_\Theta(t_0)} \right) = \lim_{\Delta \varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \varphi(t) \dot{\varepsilon}_\Theta(t_0)}{\Delta \varepsilon \dot{\varepsilon}_\Theta(t)} \right) = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon}(\theta, t_0) - \frac{1}{\hbar} \frac{\dot{\varepsilon}(\theta, t_0)}{\dot{\varepsilon}(\theta, t)}(t - t_0). \quad (8)$$

Выражение (8) определяет временную зависимость пространственной плотности фазы материального поля в индивидуальном объёме полей Θ , то есть мы имеем представление Лагранжа. Чтобы перейти к представлению Эйлера необходимо определить положения всех индивидуальных объёмов в пространстве энергии в фиксированный момент времени t

$$\varepsilon(\theta, t) = \theta(\varepsilon, t) + \int_{t_0}^t \dot{\varepsilon}(\theta, t) dt \Rightarrow \theta(\varepsilon, t) = \varepsilon(\theta(\varepsilon, t)) - \int_{t_0}^t \dot{\varepsilon}(\theta(\varepsilon, t)) dt,$$

и сопоставить этим положениям соответствующие фазы

$$\varphi(\varepsilon, t) = \int_0^\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon}(\theta(\varepsilon, t)) d\varepsilon = \varphi(\theta(\varepsilon, t_0)) - \frac{1}{\hbar} \int_0^\varepsilon \frac{\dot{\varepsilon}(\theta(\varepsilon, t_0))}{\dot{\varepsilon}(\theta(\varepsilon, t))} (t - t_0) d\varepsilon, \quad (9)$$

где $\varphi(\theta(\varepsilon, t_0))$ — заданное начальное распределение фазы ($t = t_0$). В общем случае нестационарного поля скоростей дальнейшая конкретизация выражения (9) не представляется возможной. Кроме того, ввиду конечной скорости передачи энергии и, следовательно, конечной скорости формирования энергетических структур квантовых частиц¹¹ вид этих структур зависит от предыстории эволюции системы (путей перемещения материальных полей в пространстве энергии). Следствием этого обстоятельства является, во-первых, дифференциальный вид уравнения непрерывности (1) для модулей плотностей материальных полей и, во-вторых, необходимость использования представления Лагранжа при определении временной части фаз материальных полей квантовых частиц в (9).

Таким образом, динамика замкнутой системы произвольного числа взаимодействующих квантовых частиц с учётом (7) запишется в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial |a_k(\varepsilon_k)|}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_k} (|a(\varepsilon_k)| \dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k)) = 0, \\ \dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{\substack{l=1 \\ j \neq i}}^N \int_0^{\infty} |a_l(\varepsilon_l, t)| \left[\int_{-\infty}^{\infty} \left(-\frac{\partial U(x_k, x_l)}{\partial x_k} \dot{x}_k \right) \psi_{l, \varepsilon_l}(x_l) dx_l \right] \right] |\psi_{k, \varepsilon_k}(x_k)| dx_k, \\ \varphi_k(\varepsilon, t) = \varphi_k(\theta_k(\varepsilon_k, t_0)) - \frac{1}{\hbar} \int_0^{\varepsilon_k} \frac{\dot{\varepsilon}_k(\theta_k(\varepsilon_k, t_0))}{\dot{\varepsilon}_k(\theta_k(\varepsilon_k, t))} (t - t_0) d\varepsilon. \end{cases} \quad (10)$$

Очевидно, что динамика (10) нелокальна в физическом пространстве, благодаря природе её объектов — материальных полей. Функция координат квантовой частицы и времени

$$\Psi_k^{red}(x, t) = \iint |a_k(\varepsilon_k, t)| \exp i\varphi_k(\varepsilon_k, t) \psi_{k, \varepsilon_k}(x) d\varepsilon_k, \quad (11)$$

однозначно определяет пространственное распределение вещества частицы, являющейся открытой квантовой системой (то есть взаимодействующей с другими квантовыми частицами). В традиционной квантовой механике эту роль играет приведённая матрица плотности. Выражения для привычных приведённых матриц плотности частиц можно получить из (11), используя определение приведённой матрицы плотности с учётом перенормировки модулей пространственных волновых функций материальных полей и коэффициентов разложения к традиционному квадратичному виду.

¹⁰При переходе от плотностей к скоростям учитывалось сохранение вещества в индивидуальном объёме

¹¹Конечность скорости передачи энергии материальным полям непосредственно следует из того, что эта передача происходит в процессе взаимодействия между различными физическими объектами. При этом, именно процесс передачи энергии определяет положение каждого материального поля в пространстве энергии и, следовательно, изменение поля плотности вещества в пространстве энергии обладает инерцией по отношению к изменению внешних условий, что принципиально отличает такой механизм от механизма формирования поля плотности в физическом пространстве, который является нелокальным, как результат внутреннего свойства частиц — быть совокупностью материальных полей.

$$|\psi(x)| = \psi_{con}(x)\psi_{con}^*(x),$$
$$|a(\varepsilon)| = a_{con}(\varepsilon)a_{con}^*(\varepsilon),$$

где нижние индексы «con» относятся к квадратичной нормировке традиционной квантовой механики.

Чтобы определить пространственное распределение вещества частиц системы в произвольный момент времени (то есть функций $\Psi_k^{red}(x, t)$), кроме внешних условий (полей потенциальной энергии), формирующих волновые функции материальных полей, в общем случае, необходимо знать конкретные зависимости энергии классического взаимодействия между индивидуальными точками от расстояния между ними, а также конкретные начальные комплексные распределения вещества квантовых частиц по материальным полям. Однако, существуют специфические процессы, позволяющие определить конечные состояния квантовых частиц при отсутствии этой последней информации. Это специфические процессы, объединённые общим названием «измерения».