Глава 1.4. Квантование состояний при финитном движении.

Малый объём пространства $\Delta x_\Xi = v(\xi, t)\Delta t_\Xi$, занимаемый фиксированным множеством индивидуальных частиц Ξ (под малым понимается объём, в котором скорости всех индивидуальных частиц можно положить одинаковыми), изменяется при движении этих частиц в неоднородном потенциальном поле. Действительно, при стационарном поле скоростей, время τ_Ξ, необходимое индивидуальной частице для перемещения на расстояние $\Delta x_\Xi(t)$, равное пространственному размеру индивидуального объёма в момент времени t, не зависит от времени. Поскольку мера вещества в индивидуальном оъёме должна сохраняться, то плотность вещества

$$\rho_\Xi(t) = \frac{M_\Xi}{\Delta x_\Xi} = \frac{M_\Xi}{v_\Xi(t)\Delta t_\Xi},$$

В то же время, материальное поле как реальный физический объект (а не классическое математическое приближение) ввиду отсутствия «пустого пространства» между элементами материи не содержит механизма изменения пространственной плотности индивидуальных частиц «внутри себя»[1]. Такую возможность предоставляет генерация материального поля движущегося во встречном направлении, интерференция с которым позволяет сохранить меру индивидуального объёма (см. приложение 4).

В условиях финитного движения благодаря равенству нулю плотностей меры встречных материальных полей на бесконечностях и одинаковому полю модулей скорости для них, модули их волновых функций равны друг другу во всех точках пространства.

Таким образом, в случае финитного движения сплошная среда квантовой частицы представляет собой совокупность пар материальных полей, движущихся во встречных направлениях. Каждая пара материальных полей является цельным физическим объектом. Поля пары обладают одинаковой энергией и одинаковыми полями модулей волновых функций. Условие квантования состояний возникает, в конечном счёте, из-за их наблюдаемости, то есть вытекает из требования возможности такого взаимодействия с прибором, при котором в последнем возникают макроскопические изменения[2]. Не вдаваясь в данном разделе в природу этого процесса, лишь констатируем факт необходимости стационарности пространственной части волновых функций состояний. Этот факт в традиционной квантовой механике просто постулируется[3]. Причиной возникновения дискретного спектра состояний является требование стационарности пространственного распределения не одного, а двух материальных полей. В этом случае указанному требованию может удовлетворять только стоячая волна, возникновение которой возможно лишь при определённых значениях энергии. Найдём эти энергии из условия образования стоячей волны.

Формально стоячая волна возникает в результате интерференции встречных волн при отсутствии зависимости фазового множителя результирующей волновой функции от пространственной координаты.

Поскольку квантование энергии возникает при финитном движении микрообъекта, то классический путь содержит две точки поворота. В квантовом случае физический смысл этих точек приобретает несколько иное значение. Индивидуальные точки материального поля сохраняют направления своих скоростей за точки поворота (скорости при этом становятся мнимыми и механическое движение отсутствует). Тогда особенность точек поворота не в том, что в них меняется направление скорости индивидуальных точек, а исключительно в равенстве нулю её модуля. Чтобы исключить из рассмотрения независящий от координат пространства комплексный фазовый множитель (в этом случае пространственная волновая функция будет вещественной), в качестве начала координат выберем точку пространства, в которой фаза волны бегущей вправо, равна нулю. Эта точка определиться из условия

$$\phi(0) = \frac{\phi(a) + \phi(b)}{2} = \phi_0 \Rightarrow \int\limits_0^b \frac{dx}{v(x)} = \int\limits_{-a}^0 \frac{dx}{v(x)},$$

где $-a$ и b — координаты точек поворота. Часть пространственной волновой функции, соответствующая движению материальных полей (именно движение определяет точки поворота), запишется в виде

[1] Поскольку имеет место взаимно однозначное соответствие между индивидуальными точкками и точками пространства в любой момент времени, их плотность от времени не зависит. Вследствие бесконечно малого размера (а точнее его отсутсвия) по существу, для материального поля квантовой частицы сами понятия объёма и меры вещества в нём неприменимы к индивидуальной точке и классическое определение плотности индивидуальной частицы плотности как плотности бесконечно малого индивидуального объёма в виде $\rho = \lim\limits_{\Delta x_\Xi \to 0} M_\Xi/\Delta x_\Xi$ должно быть пересмотрено.

[2] Требование макроскопических изменений в приборе в данном случае не обязательно: оно является атрибутом прибора (а имннно, способностью усиливать микроскопические изменения) и влияет на на последующие состояния объекта. В то время как само исходное состояние должно обладать свойством «наблюдаемости» исключительно с точки зрения возможности проявлять себя в взаимодействии с любыми другими физическими объектами, то есть изменять их состояние. В противном случае объект не может рассматриваться, как материальный и, следовательно физический, по, практически любому, определению материи.

[3] В строгом математическом виде этот постулат реализуется через положение об эрмитовом операторе энергии, основанном на чисто феноменологической теореме разложения (не доказанной) по стационарным состояниям.

$$\psi(x) = \frac{v_0}{v(x)}\rho_0\Bigg(\exp i\Big[\phi^+(-a) + \Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{-a}^{x}\frac{dx}{v(x)}\Big] +$$

$$+ \exp i\Big[\phi^-(b) + \Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{b}^{x}\frac{dx}{v(x)}\Big]\Bigg) =$$

$$= \frac{v_0}{v(x)}\rho_0\Bigg(\exp i\Big[\phi^+(0) + \Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{0}^{x}\frac{dx}{v(x)}\Big] + \exp i\Big[\phi^-(0) - \Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{0}^{x}\frac{dx}{v(x)}\Big]\Bigg) =$$

$$= \frac{v_0}{v(x)}\rho_0 \exp i\phi^+(0)\Bigg(\exp i\Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{0}^{x}\frac{dx}{v(x)} + \exp i\Bigg(\Delta\phi^-(0) - \Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{0}^{x}\frac{dx}{v(x)}\Bigg),$$

где индексы $+$ и $-$ указывают направления движения полей; $\Delta\phi = \phi^- - \phi^+$. В точке $x = 0$ волновая функция примет значение

$$\psi(0) = \rho_0 \exp i\phi^+(0)\Bigg(1 + \exp i\Delta\phi^-(0)\Bigg)$$

Величина в скобках будет вещественной при

$$\left\{\begin{array}{l}\Delta\phi(0) = 0 + 2\pi k,\\ \Delta\phi(0) = \pi + 2\pi k.\end{array}\right.$$

Для $x = b$ имеем

$$\psi(b) = \frac{v_0}{v(b)}\rho_0 \exp i\phi^+(0) \exp i\Bigg[\Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{-a}^{0}\frac{dx}{v(x)}\Bigg]\Bigg(1 + \exp i\Bigg[\Delta\phi^-(0) - 2\Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{0}^{b}\frac{dx}{v(x)}\Bigg]\Bigg) =$$

$$= \frac{v_0}{v(b)}\rho_0 \exp i\phi^+(0) \exp i\Bigg[\Big(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Big)\int\limits_{-a}^{0}\frac{dx}{v(x)}\Bigg]\Bigg(1 + \exp i\Delta\phi(b)\Bigg).$$

При $x = b$ $v(b) = 0$ и, следовательно, для конечности волновой функции величина, стоящая в скобках, также должна быть равна равна нулю, то есть $\Delta\phi(b) = 0 + 2\pi k$. Тогда для возникновения стоячей волны необходимо и достаточно выполнение одного из следующих двух условий:

$$\left\{\begin{array}{l}\Delta\phi(0) = 0 + 2\pi k \Rightarrow 2\Big(\dfrac{E}{\hbar} + \dfrac{2\pi}{T_0}\Big)\displaystyle\int\limits_{0}^{b}\frac{dx}{v(x)} = \pi + 2\pi k,\\ \\ \Delta\phi(0) = \pi + 2\pi k \Rightarrow 2\Big(\dfrac{E}{\hbar} + \dfrac{2\pi}{T_0}\Big)\displaystyle\int\limits_{0}^{b}\frac{dx}{v(x)} = 0 + 2\pi k,\end{array}\right.$$

Учмтывая выбор положения начала координат, это условие может быть сведено к единственному

$$\Bigg(\frac{E}{\hbar} + \frac{2\pi}{T_0}\Bigg)\int\limits_{a}^{b}\frac{dx}{v(x)} = \pi k,$$

где k — натуральное число. В таком виде условие квантования энергии при финитном движении в любом постоянном потенциальном поле не зависит от выбора начала координат, однако при нахождении волновой функции наиболее удобным представляется предложенный выше выбор. В этом случае условие квантования задаёт два семейства волновых функций с максимальными и нулевыми значениями в начале координат.