

## Глава 2.3. Измерения. ЭПР парадокс.

В своей знаменитой статье «Против 'измерения'» Дж. Белл не высказывает какого-либо сомнения в объективном существовании этого класса физических процессов микромира или неадекватности его представления в математической конструкции традиционной квантовой механики. Он лишь отказывается рассматривать измерительные процессы, как некоторую совокупность фундаментальных явлений, лежащую в основе всей механики микромира. Главным аргументом Белла является участие в процессе измерения специфического прибора, способного «запускать» отличную от эволюции Шрёдингера специфическую нелинейную эволюцию квантовой системы, представляемую в аппарате традиционной квантовой механики, оператором проектирования на соответствующую ось гильбертова пространства. Сама процедура проектирования не содержит времени и, следовательно, не является отражением какого-либо физического процесса. Нисколько не сомневаясь в объективном существовании такого процесса и адекватности представления его результатов в квантовой механике, отметим, что связь между микроскопическими явлениями и возможностью их анализа в макроскопическом мире реализуется в процессах, обладающих, наряду с нелинейностью, огромной скоростью, много превышающей характерные скорости протекания изменений состояний микросистем всех других видов. При этом, сохраняя принцип объективности существования окружающего мира (вторую часть принципа локального реализма), работа измерительного прибора должна описываться представленными выше законами микромира.

Все измерительные приборы обладают двумя общими свойствами, а именно: способностью взаимодействия на микроуровне с объектами измерения и способностью усиливать возникающие в результате этого взаимодействия процессы до макроскопического уровня. Рассматривая только эти два общих свойства в качестве основы анализа процесса измерения, опишем, на качественном уровне, измерение координаты квантовых частиц.

**ИЗМЕРЕНИЕ КООРДИНАТЫ.** Строго говоря, вследствие того, что квантовая частица—сплошная среда, она, в общем случае, не обладает какой-либо одной координатой (это выражается в представлении частицы в виде волновой функции или приведённой матрицы плотности— функций координат пространства). Поэтому под измерением координаты частицы мы будем понимать локализацию её сплошной среды в точке пространства с измеренной координатой непосредственно после процесса измерения, то есть пространственный коллапс волновой функции<sup>1</sup>. Классический измерительный процесс предполагает возможность так называемого идеального измерения такого, что процесс измерения не изменяет исходного состояния объекта. Это возможно реализовать, поскольку с классической точки зрения чувствительность прибора к внешнему воздействию в принципе можно увеличивать до бесконечности. Ситуация с квантовым объектом в отношении взаимодействия с ансамблями квантовых частиц измерителя (будем ссылаться на них, как на множества активных частиц) и изменения их квантового состояния без существенного изменения состояния частицы-объекта аналогична. Однако существует одно принципиальное отличие: *изменения, производимые в измерителе взаимодействием с частицей-объектом, должны быть масштабированы до макроскопического уровня*<sup>2</sup>. То есть, принципиальным отличием квантового измерения от классического, состоит в усилении процесса в измерителе, возникающего в результате взаимодействия с квантовым объектом измерения. Другими словами, процесс, инициируемый в измерителе частицей объектом, должен усиливаться до макроскопических масштабов, а это, как будет показано ниже, неизбежно предполагает радикальное изменение исходных квантовых состояний, как активных частиц измерителя, так и взаимодействующей с ними частицы объекта. На основании сказанного, разделим процедуру измерения на две стадии: взаимодействие прибора с объектом на микроскопическом уровне и стадию усиления, то есть инициации макроскопического регистрирующего процесса. Идея состоит в том, что на первой стадии возникает различие между микросостояниями прибора, соответствующими различным значениям измеряемой величины (координаты) и, следовательно, собственным волновым функциям частицы-объекта. На второй стадии «включается» макроскопический усилительный процесс, который «отбирает» одно из «выделенных» ранее, на первой стадии, состояний и устраняет все оставшиеся, причём делает это на основе универсального закона квантовой эволюции открытой системы, рассмотренного в предыдущей главе и имеющего вид (см. главу 2.2 сайта)

---

<sup>1</sup>Этот экспериментальный факт представлен в формализме квантовой механики оператором проектирования в гильбертовом пространстве.

<sup>2</sup>Этого требует макроскопическая природа человека.

$$\begin{cases} \frac{\partial a_i(\varepsilon_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_i} (a(\varepsilon_i) \dot{\varepsilon}_i(\varepsilon_i)) = 0, \\ \dot{\varepsilon}_i(\varepsilon_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \int_0^{\infty} a_j(\varepsilon_j) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \left( -\frac{\partial U(x_i, x_j)}{\partial x_i} \dot{x}_i \right) \psi_{j, \varepsilon_j}(x_j) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \varepsilon_j t\right) dx_j \right] d\varepsilon_j \right] \times \\ \times \psi_{i, \varepsilon_i}(x_i) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \varepsilon_i t\right) dx_i. \end{cases} \quad (1)$$

Учитывая, что функция

$$\Psi_i^O(x, t) = \int a_i(\varepsilon_i, t) \psi_{i, \varepsilon_i}(x) \exp\left(\frac{i}{\hbar} (-\varepsilon_i t)\right) d\varepsilon_i, \quad (2)$$

однозначно определяет пространственное распределение вещества частицы, являющейся открытой квантовой системой (то есть взаимодействующей с другими квантовыми частицами), можно заключить, что система (1) детерминированно определяет распределение материи сплошной среды квантовой частицы  $i$  в физическом пространстве. Функция  $\Psi_i^O(x, t)$  отличается от традиционной волновой функцией зависимостью коэффициентов разложения  $a_i$  через временную зависимость от состояний других частиц. Однако, структура и физический смысл этой функции аналогичны обычной волновой функции и она, по сути, является её обобщением на открытые системы. Поэтому в дальнейшем сохраним для неё название волновой функции квантовой частицы. Её структура определяет пространственную нелокальность её трансформаций<sup>3</sup>. Однако есть принципиальное отличие: динамика (1), нелинейна. Эти два свойства и определяют соответствующую специфику процесса коллапса волновой функции при измерении.

Сформулируем максимально простую модель «измерения координаты частицы» в максимально общем виде. Измерительный прибор представляет собой совокупность невзаимодействующих друг с другом активных элементов (зёрен). Размер активных элементов должен быть достаточно мал, чтобы обеспечить требуемую точность «измерения координаты» (размер области локализации квантовой частицы в результате измерения). Структура активных элементов предполагает возникновение микроскопического «регистрирующего процесса» после достижения ансамблем квантовых чатиц (активными частицами) одного из зёрен, взаимодействующих с частицей-объектом, порогового значения энергии. На первом этапе взаимодействия энергия частицы-объекта передаётся активным частицам измерителя. При этом предполагаем, что чувствительность измерителя достаточно высока, чтобы пренебречь изменением энергии частицы-объекта и, соответственно, изменением её квантового состояния. Это предположение с учётом отсутствия взаимодействия между активными частицами зёрен (что необходимо при измерении положения квантовой частицы), даёт возможность рассматривать систему частицу-объект— ансамбль активных частиц отдельного зерна, как замкнутую. При этом волновая функция частицы-объекта сохраняет исходный вид вплоть до инициации в измерителе регистрирующего процесса. Поскольку размер зёрна заведомо много меньше характерного расстояния на котором изменяется модуль волновой функции частицы-объекта, зависимость волновой функции (2) активных частиц зерна от координат пространства одинакова и имеет вид  $\delta(x_{j,k} - X_k) = \delta(x_k - X_k)$ , где  $X_k$  координата зерна, индексы  $j$  и  $k$  соответственно идентифицируют активную частицу и зерно. Учитывая это обстоятельство, а также предположение неизменного состояния частицы-объекта на первом этапе измерительного процесса (до инициации регистрирующего процесса), вид волновой функции активных частиц зерна  $k$ , систему (1) можно переписать как

$$\begin{cases} \frac{\partial a_s(\varepsilon_s, t)}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial a_k(\varepsilon_k, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \varepsilon_k} (a(\varepsilon_k) \dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k)), \\ \dot{\varepsilon}_s(\varepsilon_s) = 0, \\ \dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_0^{\infty} a_s(\varepsilon_s, t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \left( -\frac{\partial U(x_k, x_s)}{\partial x_k} \right) \dot{x}_k \psi_{s, \varepsilon_s}(x_s) \exp\left(\frac{i}{\hbar} (-\varepsilon_s t)\right) dx_s \right] d\varepsilon_s \right] \times \\ \times \delta(x_k - X_k) \exp\left(\frac{i}{\hbar} (-\varepsilon_k t)\right) dx_k, \end{cases}$$

где индекс  $s$  указывает на принадлежность физических величин частице-объекту. Точность измерения положения квантовой частицы предполагает малый радиус силы взаимодействия между частицей-объектом и зерном, то есть можно положить  $\left(-\frac{\partial U(x_s, x_k)}{\partial x_k}\right) \dot{x}_k = const \delta((x_s - x_k))$ . Тогда последнее из уравнений системы примет вид

<sup>3</sup>Основой этой нелокальности является одновременная трансформация пространственной волновой функции во всём пространстве, что формально выражается в её параметрической зависимости от времени, вытекающей из уравнения Шрёдингера

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_k(\varepsilon_k) &= \int_0^\infty a_s(\varepsilon_s, t) \left[ \int_{-\infty}^\infty \text{const} \delta((x_s - x_k) \psi_{s, \varepsilon_s}(x_s) dx_s \right] \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_s + \varepsilon_k)t\right) d\varepsilon_s = \\ &= \text{const} \int_0^\infty a_s(\varepsilon_s) \psi_{s, \varepsilon_s}(X_k) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} dx(\varepsilon_s + \varepsilon_k)t\right) d\varepsilon_s.\end{aligned}$$

Тот факт, что длительность измерительного процесса намного превышает периоды колебаний волновых функций, а также отсутствие зависимости функции  $a_s(\varepsilon_s)$  от времени (что обусловлено предположением идеального измерения) позволяет усреднить величину  $\dot{\varepsilon}_k$  по этим периодам. Эта процедура показывает, что вклад в возрастание энергии активных частиц элементов даёт только резонансная передача энергии, то есть  $\varepsilon_s = \varepsilon_k$ . Положим, что  $\dot{\varepsilon}_k$  не зависит от энергии  $\varepsilon_k$ . Тогда

$$\overline{\dot{\varepsilon}_k} = f(k) |\Psi(X_k)| = f(k) |\Psi_{\text{con}}(X_k)|^2.$$

Функция  $f(k)$  в последнем выражении отражает чувствительность зерна  $k$  и является случайной величиной. Кроме того, порог иницирования регистрирующего процесса также имеет статистический разброс. Поэтому последнее выражение определяет вероятность первоначальной инициации этого процесса в зерне  $k$  (в точке пространства  $X_k$ ) и при соответствующей нормировке совпадает с правилом Борна.

Пусть в момент времени  $t_0$  в зерне  $m$  прибора иницируется макроскопический регистрирующий процесс. Регистрирующий процесс первоначально возникает в одном из зёрен, для которого скорость передачи энергии  $\dot{\varepsilon}_k$  максимальна, а порог минимален. В результате происходит скачок энергии активных частиц измерителя во внешнем усиливающем поле до макроскопического значения  $E_m$ . Влияние на эту энергию взаимодействия с частицей-объектом на данном этапе пренебрежимо мало и, следовательно, состояния активных частиц измерителя не зависят от состояния частицы-объекта и может быть представлено волновой функцией вида

$$\Psi_t(x_m) = \delta(x_m - X_m) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_m t\right)$$

Скорость изменения энергии материальных полей частицы-объекта при её взаимодействии с зёрнами определяется выражением

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_s(\varepsilon_s) &= \\ &= \int_{-\infty}^\infty \left[ \sum_{k=1}^N \int_0^\infty a_k(\varepsilon_k) \left[ \int_{-\infty}^\infty \left( -\frac{\partial U(x_s, x_k)}{\partial x_s} \dot{x}_s \right) \psi_{k, \varepsilon_k}(x_k) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \varepsilon_k t\right) dx_k \right] d\varepsilon_k \right] \psi_{s, \varepsilon_s}(x_s) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \varepsilon_s t\right) dx_s.\end{aligned}$$

Вклад в сумму в последнем выражении полностью определяется слагаемым  $k = m$ , для которого энергия  $E$  имеет единственное макроскопическое значение. Тогда имеем

$$\frac{\partial a_s(\varepsilon_s)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \varepsilon_s} \left( a(\varepsilon_s) \dot{\varepsilon}_s(\varepsilon_s) \right) = -\dot{\varepsilon}_s \frac{\partial}{\partial \varepsilon_s} \left( a(\varepsilon_s) \right).$$

Отсюда следует, что стационарное распределение сплошной среды частицы  $S$  по материальным полям через пренебрежимо малый промежуток времени (благодаря макроскопическому значению  $E$ ) однородным. При этом фазы волновых функций материальных полей совпадают в точке  $X_m$ , что приводит к волновой функции

$$\Psi_t(x_s) = \delta(x_s - X_m),$$

то есть к пространственному коллапсу волновой функции. Учитывая огромное значение  $\dot{\varepsilon}_s$  на втором этапе измерения, можно заключить, что сплошная среда частицы-объекта локализуется в окрестности зерна  $k$  практически мгновенно, в результате чего взаимодействие частицы объекта с другими зёрнами также прекращается мгновенно. Таким образом, сплошная среда частицы локализуется в окрестности единственного зерна и частица-объект макроскопически представляется в виде материальной точки независимо от её начальной волновой функции. От последней же зависит только вероятность инициации макроскопического процесса в том или ином зерне, которая, как было показано выше, определяется правилом Борна.

В случае, если зёрна прибора селективно взаимодействуют с материальными полями квантовой частицы, то возрастает единственный коэффициент разложения, соответствующий «сработавшему» зерну и имеет место коллапс в пространстве энергии.

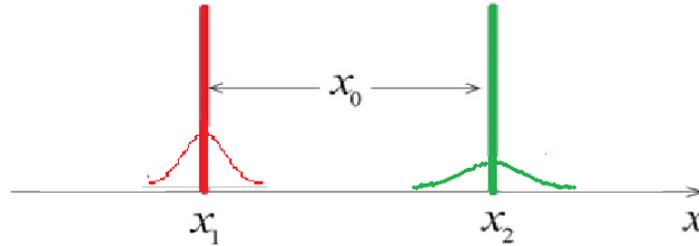
**ПАРАДОКС ЭЙНШТЕЙНА, ПОДОЛЬСКОГО, РОЗЕНА.** Состояния частицы запутанной системы, по определению взаимосвязаны. То есть волновая функция такой системы не может быть представлена в виде произведения волновых функций отдельных частиц. Это очевидно по отношению к взаимодействующим частицам. Однако далее авторы парадокса (кратко **ЭПР**) приписывают таким состоянием ещё одно свойство, а именно сохранение «запутанности» после взаимодействия. Для обоснования последнего утверждения они в качестве волновой функции запутанного состояния берут функцию следующего вида:

$$\Psi_t(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(x_2 - x_1 - x_0)p\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \frac{p^2}{m} t\right) dp, \quad (3)$$

где  $x_1, x_2$  — координаты частиц;  $x_0$  — некоторая постоянная. Не вдаваясь в подробности описания специфики данного состояния, отметим лишь два его характерных свойства:

– измерение координаты одной из частиц в произвольный момент времени  $t > 0$  позволяет немедленно (по законам квантовой механики) определить единственное значение координаты второй, а измерение её импульса — импульс второй;

– при этом, в момент времени  $t = 0$  волновые пакеты частиц локализованы в удалённых друг от друга на расстояние  $x_0$  точках пространства и, затем, при  $t > 0$  волновые пакеты расплываются, сохраняя положения своих максимумов (см. рисунок).



Если придерживаться борновской интерпретации волновой функции, а также полагать, согласно СТО, скорость распространения взаимодействия конечной, то измерения производимые над одной частицей не могут сказываться на состоянии второй в тот же самый момент времени<sup>4</sup>. Это, в свою очередь, означает, что положение в пространстве и импульс имеют определённые значения для второй частицы, что противоречит одному из основополагающих принципов квантовой механики — принципу неопределённости. На этом основании ЭПР делают вывод о неполноте квантовомеханического описания состояний микрообъектов волновыми функциями и наличии некоторого «скрытого параметра».

Однако, многочисленные эксперименты, проведённые по изящнейшей схеме Дж.Бэлла<sup>5</sup>, показали что в природе реализуется квантовомеханическая точка зрения. То есть мы имеем *экспериментальный факт* возможности мгновенного взаимодействия частиц с волновыми функциями, изображёнными на рисунке (и третьего не дано). Если рассматривать квантовую частицу как материальную точку, то это немедленно приводит к противоречию с СТО<sup>6</sup> (чего не может быть). Но никакого парадокса нет вообще, если частица — реальная суперпозиция материальных полей. Рассмотрим связанные друг с другом (через коэффициенты разложения по материальным полям) волновые функции частиц

$$\Psi_1^O(x, t) = \int a_1(\varepsilon_1, t) \psi_{1, \varepsilon_1}(x) \exp\left(\frac{i}{\hbar}(-\varepsilon_1 t)\right) d\varepsilon_1,$$

$$\Psi_2^O(x, t) = \int a_2(\varepsilon_2, t) \psi_{2, \varepsilon_2}(x) \exp\left(\frac{i}{\hbar}(-\varepsilon_2 t)\right) d\varepsilon_2.$$

Волновые функции материальных полей обеих частиц — собственные функции импульса. Динамика состояний частиц определяется динамикой коэффициентов разложения  $a_1$  и  $a_2$

<sup>4</sup>Для этого необходимо, чтобы пространственный размер расплывшихся пакетов во время измерения был значительно меньше расстояния между ними.

<sup>5</sup>Согласно этой схеме можно отличить квантовые вероятности результатов измерений характеристик второй частицы и соответствующие вероятности для теории скрытого параметра.

<sup>6</sup>Невозможность распространения взаимодействия быстрее скорости света относится именно к взаимодействию, а не к скорости распространения макроскопического «сигнала». Любая же спекуляция насчёт сигнала, несущего информацию, не более, чем уловка, чтобы не решать проблему, причём, учитывая уровень использующих её физиков, уловка злонамеренная (лишь бы не произносить «shut up and calculate»).

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial a_1(\varepsilon_1, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \varepsilon_1} \left( a(\varepsilon_1) \dot{\varepsilon}_1(\varepsilon_1) \right), \\
\frac{\partial a_2(\varepsilon_2, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \varepsilon_2} \left( a(\varepsilon_2) \dot{\varepsilon}_2(\varepsilon_2) \right), \\
\dot{\varepsilon}_2(\varepsilon_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_0^{\infty} a_1(\varepsilon_1, t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \left( -\frac{\partial U(x_2, x_1)}{\partial x_2} \right) \dot{x}_2 \psi_{1, \varepsilon_1}(x_1) \exp \left( -\frac{i}{\hbar} \varepsilon_1 t \right) dx_1 \right] d\varepsilon_1 \right] \times \\
\dot{\varepsilon}_1(\varepsilon_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_0^{\infty} a_2(\varepsilon_2, t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \left( -\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right) \dot{x}_1 \psi_{2, \varepsilon_2}(x_2) \exp \left( -\frac{i}{\hbar} \varepsilon_2 t \right) dx_2 \right] d\varepsilon_2 \right] \times \\
\times \psi_{1, \varepsilon_1}(x_1) \exp \left( -\frac{i}{\hbar} \varepsilon_1 t \right) dx_2.
\end{array} \right. \quad (4)$$

Формально из последних уравнений следует, что состояния частиц не зависят друг от друга, если  $\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_2 = 0$ . Это возможно в двух случаях: если не только интегральные волновые функции частиц, но и волновые функции составляющих эти частицы материальных полей отличны от нуля в различных, удалённых друг от друга, областях пространства. В этом случае принцип отсутствия действия на расстоянии предполагает, что частицы друг с другом не взаимодействуют и их волновые функции никак не связаны. То есть состояния частиц не является запутанным. Физически это означает их финитное движение в различных областях пространства. Такая ситуация не соответствует волновой функции (3). Вторым случаем постоянных коэффициентов разложения, является отсутствие передачи энергии каждому материальному поля каждой из частиц в результате взаимодействия со всеми материальными полями второй, то есть когда равна нулю суммарная передача энергии от всех материальных полей другой частицы. Это ситуация запутанного состояния, предполагающего наличие некоторого равновесия при обмене энергии между полями (что-то типа состояния термодинамического равновесия). При нарушении этого равновесия воздействием на одну из частиц, состояние другой начнёт изменяться одновременно вместе с этим воздействием, что, если основываться на борновской интерпретации волновой функции, должно восприниматься не иначе, как нарушение принципа близкодействия. Например, рассмотрим ситуацию измерения импульса частицы 1. В этом случае измерение, импульса одной из частиц, согласно с изложенным выше, сохраняет единственное значение коэффициента разложения, соответствующее измеренному значению, а решение системы(4), с учётом нормировки, оставляет отличным от нуля единственный коэффициент разложения в спектре волновой функции второй частицы. При пространственной локализации одной из частиц происходит выравнивание фаз волновых функций её материальных полей в точке измеренной координаты. В этом случае, согласно (4), аналогичная синхронизация происходит и для полей второй частицы в соответствующей точке пространства, что приводит к пространственному коллапсу её волновой функции.