Глава 2.1.Взаимодействие двух квантовых частиц.

Сформулируем положения, на основе которых представляется возможным выяснить закон динамики открытой квантовой системы. Кроме исходной гипотезы, что квантовая частица суть совокупность материальных полей, предположим, что форма описания квантовой эволюции закрытой системы, состоящей из одной квантовой частицы, остаётся неизменной и в случае их произвольного количества.

Рассмотрим динамику закрытой системы, состоящей из двух квантовых частиц 1 и 2 (с пространственными переменными x и q), взаимодействующих друг с другом с энергией $U(x,q)$ и находящихся в постоянных во времени потенциальных силовых полях $V(x)$ и $V(q)$. Запишем эволюцию системы этих одномерных частиц (сплошных сред) в двухмерном конфигурационном пространстве. Виртуальный путь в таком пространстве предсталяет собой совокупность виртуальных путей каждой из частиц. Действие на этих путях задаётся функционалом

$$S_{t_0,t}[x(\tau),q(\tau)] = \int_{t_0}^{t} \left[\frac{m_1}{2}x^2 - V(x) + \frac{m_2}{2}q^2 - V(q) - U(x,q)\right] d\tau. \qquad (1)$$

Интегрирование по путям при вычислении амплитуды перехода (матричного элемента перехода в координатном представлении) ведётся по всем возможным парам виртуальных путей каждой из частиц. Следуя логике приложения 1 первой части можно показать, что амплитуда перехода в двухмерном конфигурационном пространстве определиться выражением

$$\left\langle x,q \middle| U(t,t_0) \middle| x_0,q_0 \right\rangle = \delta\big(x-(x_0+s_x^{min}(q_0)\big)\delta\big(q-(q_0+s_q^{min}(x_0)\big)\times$$
$$\times \exp\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t}\left[\frac{m_1}{2}x^2 - V(x) + \frac{m_2}{2}q^2 - V(q) - U(x,q)\right] d\tau,$$

где пути $s_x^{min}(q_0)$ и $s_q^{min}(x_0)$ — соответственно фактические пути (с учётом взаимодействия) первой и второй частиц, суммарное действие (1) на которых минимально. Тогда эволюция запутанной волновой функции замкнутой системы двух взаимодействующих частиц запишется в виде

$$\Psi_t(x,q) = \iint_{-\infty}^{\infty} \delta\big(x-(q_0+s_x^{min}(q_0)\big)\delta\big(q-(q_0+s_q^{min}(x_0)\big)\times$$
$$\times \exp\frac{i}{\hbar}\left[S^{min}_{t_0,t_1}(x_0,x) + S^{min}_{t_0,t_1}(q_0,q) - I^{min}_{t_0,t}(x,q,x_0,q_0)\right]\Psi_{t_0}(x_0,q_0)\,dx_0dq_0,$$

где функционалы $S^{min}_{t_0,t_1}(x_0q)$, $S^{min}_{t_0,t_1}(q_0,q)$ — действия, соответственно, для первой и второй частицы без учёта взаимодействия между ними (берутся они при этом на путях $s_x^{min}(q)$, $s_q^{min}(x)$, соответствующих минимальному действию системы взаимодействующих частиц); $I^{min}_{t_0,t}\big(x,q,x_0,q_0\big) = \int_{t_0}^{t} U(x^{min}(\tau),q^{min}(\tau))d\tau$ — вклад в минимальное действие от взаимодействия частиц на соответствующих путях.

Пусть в момент времени t_0 состояние частиц системы не зависели друг от друга, то есть

$$\Psi_{t_0}(x_0,q_0) = \Psi_{t_0}(x_0)\Phi_{t_0}(q_0).$$

Представим сплошные среды частиц в начальный момент времени в виде совокупности материальных полей

$$\Psi_t(x,q) = \iint_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1+\varepsilon_2)t_0\right) d\varepsilon_1\, d\varepsilon_2 \iint_{-\infty}^{\infty} \delta\big(x-(q_0+s_x^{min}(q_0)\big)\delta\big(q-(q_0+s_q^{min}(x_0)\big)\times$$
$$\times \exp\frac{i}{\hbar}S^{min}_{t_0,t_1}(x,q,x_0,q_0)\, a(\varepsilon_1,t_0)\psi^{\varepsilon_1}_{t_0}(x_0)b(\varepsilon_2,t_0)\varphi^{\varepsilon_2}_{t_0}(q_0)\,dx_0dq_0.$$

Условие минимума действия (1) даёт

$$\begin{cases} m_1\dfrac{d\dot{x}}{dt} = -\dfrac{\partial V_1(x)}{\partial x} - \dfrac{\partial U(x,q)}{\partial x}, \\ m_2\dfrac{d\dot{q}}{dt} = -\dfrac{\partial V_2(q)}{\partial q} - \dfrac{\partial U(x,q)}{\partial q}, \end{cases}$$

откуда получим

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{m\dot{x}^2}{2}\right) + \dfrac{\partial V_1(x)}{\partial x}\dot{x} = -\dfrac{\partial U(x,q)}{\partial x}\dot{x}, \\ \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{m\dot{q}^2}{2}\right) + \dfrac{\partial V_2(q)}{\partial q}\dot{q} = -\dfrac{\partial U(x,q)}{\partial q}\dot{q}, \end{cases}$$

и, в конечном счёте

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varepsilon_1}{\partial t}(x,q) = -\dfrac{\partial U\big(x,q\big)}{\partial x}\dot{x}(x), \\ \dfrac{\partial \varepsilon_2}{\partial t}(x,q) = -\dfrac{\partial U\big(x,q\big)}{\partial q}\dot{q}(q). \end{cases} \tag{2}$$

Последнее означает, что взаимодействие частиц приводит к изменению энергии индивидуальных частиц их материальных полей, что можно рассматривать исключительно как перемещение вещества из одного материального поля в другое. Поскольку пространственное распределение материальных полей квантовой частицы устанавливается мгновенно[1], тогда как их энергия изменяется с конечной скоростью, можно полагать, что пространственные распределения полей не зависят от процесса взаимодействия квантовых частиц системы. Это позволяет усреднить скорость измерения энергии поля по индивидуальным частицам взаимодействующих полей для любого малого промежутка времени, когда изменение пространственной конфигурации сплошной среды вследствие взаимодействия пренебрежимо мало. Математически это обстоятельство позволяет выразить взаимодействие квантовых частиц через временную зависимость коэффициентов разложения. Распределение по материальным полям полностью определяется скоростями изменения энергий их индивидуальных частиц, усредненных по соответствующим пространственным распределениям. Поскольку усреднение скорости изменения значений энергии материальных полей одной частицы должно производится по зависящем от времени пространственным конфигурациям сплошной среды второй, применение дельта функции в пространстве энергии в качестве отражения закона сохранения вещества, для конечного интервала времени невозможно. С учётом сказанного, эволюция волновой функции замкнутой системы двух квантовых частиц определится выражением

$$\begin{aligned} &\Psi_t(x,q) = \\ &= \iint\limits_0^{\infty}\Bigg[a^{min}(\varepsilon_1,t)b^{min}(\varepsilon_2,t)\exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1+\varepsilon_2)t_0\right)\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\Bigg[\delta\big(x-(x_0+s^{min}(x,x_0)\big)\delta\big(q-(q_0+s^{min}(q,q_0)\big)\times \\ &\times\exp\frac{i}{\hbar}\Bigg(\int\limits_{x_0}^{x}p^{min}(x)\,dx+\int\limits_{q_0}^{q}p^{min}(q)\,dq-(\varepsilon_1+\varepsilon_2)(t-t_0)\Bigg)\psi_{t_0}^{\varepsilon_1}(x_0)\varphi_{t_0}^{\varepsilon_2}(q_0)\Bigg]\,dx_0dq_0\Bigg]\,d\varepsilon_1\,d\varepsilon_2 = \\ &= \iint\limits_0^{\infty}\left[a^{min}(\varepsilon_1,t)b^{min}(\varepsilon_2,t)\exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1+\varepsilon_2)t\right)\psi_t^{\varepsilon_1}(x)\varphi_t^{\varepsilon_2}(q)\right]\,d\varepsilon_1\,d\varepsilon_2, \end{aligned}$$

где p^{min} — поля импульсов частиц во внешних силовых полях V без учёта взаимодействия между частицами; $a^{min}(\varepsilon_1,t)b^{min}(\varepsilon_2,t)$ — однозначно определяются законом сохранения вещества частицы и соответствующими скоростями изменения усреднённых по индивидуальным частицам энергий полей. Энергия индивидуальных частиц определяется, исходя из условия минимума действия для замкнутой системы двух взаимодействующих частиц, записанного в форме системы (2).

[1]Строго говоря, термин мгновенно здесь не совсем точен, поскольку относится к внешним процессам с участием квантовой частицы, тогда как пространственная структура материальных полей — её внутреннее свойство, соответствующее внешним условиям, в принципе не зависит от времени явно.