Приложение 4. Отражение движения материального поля.

При движении в переменном потенциальном поле объём пространства, занимаемый индивидуальным объёмом, изменяется. Поскольку этот объём пространства является мерой множества индивидуальных частиц, образующих этот объём, то для сохранения меры вещества в индивидуальном объёме должна изменяется и плотность индивидуальных точек, которая формально представляет собой их весовую функцию $\rho(\xi)$. В классической механике сплошной среды, такая возможность физически обусловлена наличием расстояния между материальными точками (атомами и молекулами) составляющими каждую индивидуальную частицу. В нашем случае это невозможно, поскольку пространство всюду плотно заполнено индивидуальными точками (имеет место взаимно однозначное соответствие между индивидуальными точками и точками пространства). Следовательно, плотности индивидуальных точек могут изменяться только вследствие перехода вещества из материального поля или в него (в зависимости от знака градиента скорости). В реальности это означает, что материальное поле обменивается веществом с другим материальным полем с той же энергией, движущимся в противоположном направлении. В терминах волн вещества это означает отражение волны от неоднородного потенциального поля. Опишем коротко основные характеристики этого отражения.

В стационарном случае в каждом элементарном пространственном объёме dx должна сохраняться мера вещества для каждого из «встречных» полей. Рассмотрим поле, движущееся в положительном направлении оси x (все величины, относящиеся к этому полю будут обозначаться верхним индексом «+», тогда как для обозначения характеристик встречного поля будет использоваться индекс «-»). Из равенства потоков, входящего в объём dx меры вещества $v_0\rho_0^+$ и выходящего из него $(v_0 + dv)(\rho_0^+ + d\rho_0^+)$ в единицу времени, в случае стационарного движения, имеем (с точностью для бесконечно малых первого порядка)

$$\frac{d\rho^+}{\rho_0^+} = -\frac{dv}{v}.$$

Сумма вещества встречных полей в любом объёме пространства сохраняется, то есть

$$\rho^+(x) + \rho^-(x) = \rho_0^+ \Rightarrow d\rho^+ = -d\rho^-,$$

что в терминах коэффициентов отражения и пропускания примет вид

$$\frac{\rho_0^+ + d\rho^+}{\rho_0^+} + \frac{d\rho^-}{\rho_0^+} = T + R = 1,$$

где T, R — соответственно коэффициенты отражения и пропускания объёма dx.

Для плотности меры отражённого поля имеем

$$\frac{d\rho^-}{\rho_0^+} = \frac{dv}{v}.$$

Но тогда при отрицательном dv мы имеем отрицательное $d\rho^-$, что означает переход вещества из «встречного» поля в «прямое». Отрицательный знак амплитуды «встречного» поля обусловливает необходимость представить его как произведение всегда положительной меры встречной волны $|d\rho|$ на фазовый множитель, задающий знак амплитуды отражённой волны — в данном случае «$-$». То есть для амплитуды отражённой волны в данном случае имеем

$$a^-(x) = \left|\frac{dv}{v}\right| \exp i\pi.$$

То есть в данном случае мы имеем механический аналог отражения электромагнитной волны от оптически более плотной среды, когда теряется половина длины волны[1], поскольку в этом случае, «слева» от объёма возникает стоячая волна, которая не переносит вещество в объём и, тем самым, выполняется условие стационарности распределения вещества в пространстве.

Что касается расходимости плотностей встречных полей в точках $v(x) = 0$, то для сплошной среды, состоящей из двух встречных полей с разными знаками амплитуд эта расходимость устраняется автоматически вследствие равенства нулю фазового множителя суммарного поля в этих точках. Это будет наглядно продемонстрировано при вычислении стационарных состояний квантового осциллятора (см. приложение 5).

[1] В областях где $dv > 0$ подобного не происходит